

REC 1214 – MICROECONOMIA II – EXERCÍCIOS SOBRE MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO

ROBERTO GUENA DE OLIVEIRA

- (1) A função de produção de uma empresa que produz empregando um único insumo de produção é dada por

$$y = 10x^2 - x^3$$

na qual y é o total produzido pela empresa e x a quantidade empregada de seu insumo. Sejam p o preço de seu produto e w o preço do insumo de produção. Se a empresa é maximizadora de lucro, qual deve ser a relação entre esses dois preços para que ela opte por produzir uma quantidade positiva? Qual é a função de demanda do insumo por parte dessa empresa?

- (2) Encontre a função de demanda dos fatores de produção, a função de oferta e a função de lucro associadas às seguintes funções de produção nas quais y é o produto e x_1 e x_2 são as quantidades empregadas dos dois fatores de produção:

(a) $y = \ln(x_1 + 1) + \ln(x_2 + 1)$.

(b) $y = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

(c) $y = \min\{\sqrt{x_1}, \sqrt{x_2}\}$

(d) $y = \sqrt{x_1 + x_2}$

(e) $y = \sqrt[4]{x_1 x_2}$

- (3) A função de lucro de uma empresa é dada por $\pi(p, w) = 25 \frac{p^2}{w}$ na qual p é o preço de seu produto e w é o preço de seu único fator de produção. Encontre a função de oferta dessa empresa e sua função de demanda por seu fator de produção.

- (4) A tabela abaixo descreve observações da quantidade produzida por uma empresa y e do emprego x de seu único fator de produção.

Observação	p	w	y	x
a	2	4	20	5
b	2	2	40	20

Explique porquê as observações a seguir são incompatíveis com essa tabela e a hipótese de maximização de lucro:

(a) $p = 2, w = 3, x = 10, y = 30$.

(b) $p = 4, w = 4, x = 25, y = 35$.

(c) $p = 2, w = 1, \text{lucro} = 50$.

1. RESPOSTAS

- (1) A maior razão w/p para a qual ainda vale a pena para a empresa produzir é $w/p = 25$. A função de demanda do insumo é

$$x(p, w) = \begin{cases} \frac{10 + \sqrt{100 - 3 \frac{w}{p}}}{3} & \text{caso } \frac{w}{p} \leq 25 \\ 0 & \text{caso } \frac{w}{p} \geq 25. \end{cases}$$

(2)

(a)

$$\begin{aligned}
 x_1(p, w_1, w_2) &= \max \left\{ 0, \frac{p - w_1}{w_1} \right\} \\
 x_2(p, w_1, w_2) &= \max \left\{ 0, \frac{p - w_2}{w_2} \right\} \\
 y(p, w_1, w_2) &= \begin{cases} 2 \ln p - \ln w_1 - \ln w_2 & \text{caso } p \geq w_1 \text{ e } p \geq w_2 \\ \ln p - \ln w_1 & \text{caso } p \geq w_1 \text{ e } p \leq w_2 \\ \ln p - \ln w_2 & \text{caso } p \geq w_2 \text{ e } p \leq w_1 \\ 0 & \text{caso } p \leq w_1 \text{ e } p \leq w_2 \end{cases} \\
 \pi(p, w_1, w_2) &= \begin{cases} p(2 \ln p - \ln w_1 - \ln w_2 - 2) + w_1 + w_2 & \text{caso } p \geq w_1 \text{ e } p \geq w_2 \\ p(\ln p - \ln w_1 - 1) + w_1 & \text{caso } p \geq w_1 \text{ e } p \leq w_2 \\ p(\ln p - \ln w_2 - 1) + w_2 & \text{caso } p \geq w_2 \text{ e } p \leq w_1 \\ 0 & \text{caso } p \leq w_1 \text{ e } p \leq w_2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}
 x_1(p, w_1, w_2) &= \frac{p^2}{4w_1^2} \\
 x_2(p, w_1, w_2) &= \frac{p^2}{4w_2^2} \\
 y(p, w_1, w_2) &= \frac{p}{2} \frac{w_1 + w_2}{w_1 w_2} \\
 \pi(p, w_1, w_2) &= \frac{p^2}{4} \frac{w_1 + w_2}{w_1 w_2}.
 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}
 x_1(p, w_1, w_2) &= \frac{p^2}{4(w_1 + w_2)^2} \\
 x_2(p, w_1, w_2) &= \frac{p^2}{4(w_1 + w_2)^2} \\
 y(p, w_1, w_2) &= \frac{p}{2(w_1 + w_2)} \\
 \pi(p, w_1, w_2) &= \frac{p^2}{4(w_1 + w_2)}
 \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} x_1(p, w_1, w_2) \\ x_2(p, w_1, w_2) \end{bmatrix} &= \begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{p^2}{4w_1^2} \\ 0 \end{bmatrix} & \text{caso } w_1 < w_2 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{p^2}{4w_2^2} \end{bmatrix} & \text{caso } w_2 < w_1 \\ \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} : x_1 + x_2 = \frac{p^2}{4w_1^2} = \frac{p^2}{4w_2^2} \right\} & \text{caso } w_1 = w_2 \end{cases} \\
 y(p, w_1, w_2) &= \begin{cases} \frac{p}{2w_1} & \text{caso } w_1 \leq w_2 \\ \frac{p}{2w_2} & \text{caso } w_1 \geq w_2 \end{cases} \\
 \pi(p, w_1, w_2) &= \begin{cases} \frac{p^2}{4w_1} & \text{caso } w_1 \leq w_2 \\ \frac{p^2}{4w_2} & \text{caso } w_1 \geq w_2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

(e)

$$\begin{aligned}
 x_1(p, w_1, w_2) &= \frac{p^2}{16w_1\sqrt{w_1w_2}} \\
 x_2(p, w_1, w_2) &= \frac{p^2}{16w_2\sqrt{w_1w_2}} \\
 y(p, w_1, w_2) &= \frac{p}{4\sqrt{w_1w_2}} \\
 \pi(p, w_1, w_2) &= \frac{p^2}{8\sqrt{w_1w_2}}.
 \end{aligned}$$

(3)

$$y(p, w) = 50 \frac{p}{w} \quad \text{e} \quad x(p, w) = 25 \frac{p^2}{w^2}.$$

(4)

- (a) A observação é compatível com a tabela.
- (b) A observação não é compatível com a hipótese de maximização de lucro, uma vez que a empresa poderia obter um lucro mais elevado (80, ao invés de 40) optando por produzir de acordo com o plano de produção da linha *b* da tabela.
- (c) A observação não é compatível com a hipótese de maximização de lucro, uma vez que a empresa poderia obter um lucro mais elevado (60, ao invés de 50) caso optasse por produzir de acordo com o plano de produção descrito pela linha *b* da tabela.