# Externalidades e bens públicos

Roberto Guena de Oliveira

USP

# Parte I

# Externalidades

# Externalidades – definição

Uma externalidade está presente sempre que o bem estar de um consumidor ou as possibilidades de produção de uma firma são diretamente (isto é, por mecanismos não mediados por mecanismos preços) afetados pelas ações de outro agente.

# Sumário

# Exemplo: externalidades entre empresas

- Duas empresas tomadoras de preço: empresa 1 e empresa 2.

# Exemplo: externalidades entre empresas

- Duas empresas tomadoras de preço: empresa 1 e empresa 2.
- A empresa 1 escolhe o seu nível de produção $y_1$ e o nível e poluição $x$. A empresa 2 escolhe seu nível de produção $y_2$.

# Exemplo: externalidades entre empresas

- Duas empresas tomadoras de preço: empresa 1 e empresa 2.
- A empresa 1 escolhe o seu nível de produção $y_1$ e o nível e poluição $x$. A empresa 2 escolhe seu nível de produção $y_2$.
- As funções de lucro são:

$$\pi_1 = p_1 y_1 - c_1(y_1, x) \quad \text{e} \quad \pi_2 = p_2 y_2 - c_2(y_2, x)$$

Nas quais $p_1$ e $p_2$ são os preços e $c_1(y_1, x)$ e $c_2(y_2, x)$ são os preços e as funções de custos das empresas 1 e 2, respectivamente.

# Exemplo: externalidades entre empresas

- Duas empresas tomadoras de preço: empresa 1 e empresa 2.
- A empresa 1 escolhe o seu nível de produção $y_1$ e o nível e poluição $x$. A empresa 2 escolhe seu nível de produção $y_2$.
- As funções de lucro são:

$$\pi_1 = p_1 y_1 - c_1(y_1, x) \quad \text{e} \quad \pi_2 = p_2 y_2 - c_2(y_2, x)$$

  Nas quais $p_1$ e $p_2$ são os preços e $c_1(y_1, x)$ e $c_2(y_2, x)$ são os preços e as funções de custos das empresas 1 e 2, respectivamente.
- $\partial c_1 / \partial x < 0$ para níveis baixos de $x$ e $\partial c_2 / \partial x > 0$.

# Exemplo: externalidades entre duas empresas

## Solução sem coordenação: decisão da empresa 1

$$\max_{x,y_1} \pi_1 = p_1 y_1 - c_1(y_1, x_1)$$

As condições de lucro máximo de primeira ordem são:

$$\frac{\partial c_1(y_1^m, x^m)}{\partial y_1} = p_1$$

e

$$\frac{\partial c_1(y_1^m, x^m)}{\partial x} = 0$$

# Exemplo: externalidades entre duas empresas

## Solução ótima

$$\max_{y_1, y_2, x} p_1 y_1 + p_2 y_2 - c_1(y_1, x) - c_2(y_2, x)$$

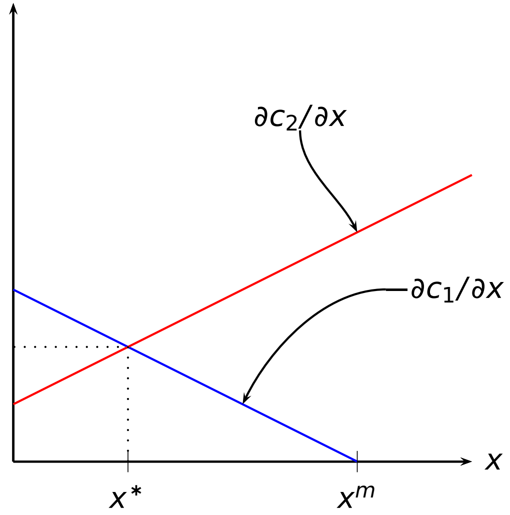
As condições de ganho máximo de primeira ordem são

$$\frac{\partial c_1(y_1^*, x^*)}{\partial y_1} = p_1 \quad \text{e} \quad \frac{\partial c_2(y_2^*, x^*)}{\partial y_2} = p_2$$

e

$$\frac{\partial c_2(y_2^*, x^*)}{\partial x} = -\frac{\partial c_1(y_1^*, x^*)}{\partial x}$$

# Exemplo: externalidades entre duas empresas



# Taxa de Pigou

- É imposta uma taxa sobre a emissão de poluente no valor

$$t^* = \frac{\partial c(y_2^*, x^*)}{\partial x^*}$$

por unidade de poluente emitida.

# Taxa de Pigou

- É imposta uma taxa sobre a emissão de poluente no valor

$$t^* = \frac{\partial c(y_2^*, x^*)}{\partial x^*}$$

  por unidade de poluente emitida.
- O lucro da empresa 1 passa a ser

$$\pi_1 = p_1 y_1 - c_1(y_1, x) - t^* x.$$

# Taxa de Pigou

- É imposta uma taxa sobre a emissão de poluente no valor

$$t^* = \frac{\partial c(y_2^*, x^*)}{\partial x^*}$$

por unidade de poluente emitida.

- O lucro da empresa 1 passa a ser

$$\pi_1 = p_1 y_1 - c_1(y_1, x) - t^* x.$$

- As condições de lucro máximo são agora

$$\frac{\partial c_1(y_1, x)}{\partial y_1} = p \quad \text{e} \quad -\frac{c_1(y_1, x)}{\partial x} = t^* = \frac{\partial c(y_2^*, x^*)}{\partial x^*}.$$

# Taxa de Pigou

- É imposta uma taxa sobre a emissão de poluente no valor

$$t^* = \frac{\partial c(y_2^*, x^*)}{\partial x^*}$$

por unidade de poluente emitida.

- O lucro da empresa 1 passa a ser

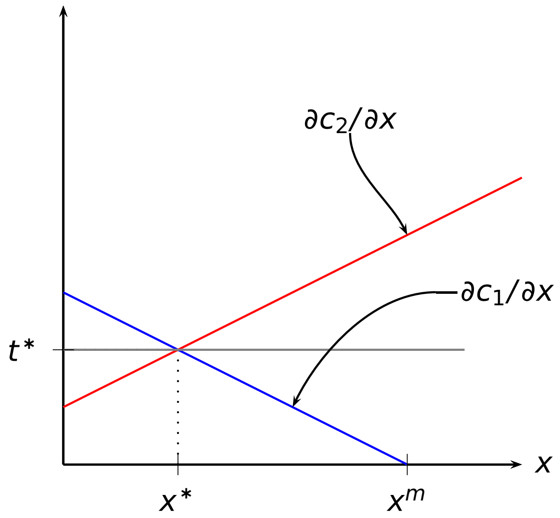
$$\pi_1 = p_1 y_1 - c_1(y_1, x) - t^* x.$$

- As condições de lucro máximo são agora

$$\frac{\partial c_1(y_1, x)}{\partial y_1} = p \quad \text{e} \quad -\frac{c_1(y_1, x)}{\partial x} = t^* = \frac{\partial c(y_2^*, x^*)}{\partial x^*}.$$

- Conforme vimos, essas condições são atendidas quando ela faz a escolha socialmente ótima.

# Taxa de Pigou: abordagem gráfica



# Definição dos direitos

- Caso seja definido que a empresa 1 tem direito de emitir tanto quanto ela queira, a empresas 2 perceberá que vale a pena para ela pagar para que a empresa 1 reduza a emissão de poluição, sempre que o nível da mesma for superior a $x^*$.

# Definição dos direitos

- Caso seja definido que a empresa 1 tem direito de emitir tanto quanto ela queira, a empresas 2 perceberá que vale a pena para ela pagar para que a empresa 1 reduza a emissão de poluição, sempre que o nível da mesma for superior a $x^*$.
- Caso seja definido que a empresa 1 só possa emitir poluição com a anuência da empresa 2, então, haverá espaço para a empresa 1 comprar o direito de aumentar sua poluição sempre que $x < x^*$.

# O “Teorema” de Coase

## Versão 1

Na ausência de custos de transação, a livre negociação entre as partes levará a um nível eficiente de produção de externalidades, independentemente, de como os direitos sobre a mesma são distribuídos.

## Versão 2

O volume ótimo de externalidade gerado independe de como os direitos sobre a produção da mesma são distribuídos entre as partes.

# Sinais de mercado

Caso haja uma fusão entre as duas empresas, o máximo lucro conjunto das mesmas será maior do que o obtido na solução sem coordenação — o próprio objetivo de maximização de lucro gera incentico à internalização das externalidades.

# Sumário

# Externalidades no consumo – exemplo

- Dois consumidores: $A$ e $B$.
- Funções de utilidade $U_A(x_A, \theta)$ e $U_B(x_B, \theta)$.
- $A$ escolhe $x_A$ e $\theta$ dada uma restrição orçamentária $x_A + p\theta \leq m_A$. $B$ escolhe $x_B$ dada a restrição $x_B \leq m_B$.
- $$\frac{\partial U_A}{\partial \theta} > 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial U_B}{\partial \theta} \neq 0$$

# Soluções eficientes: o problema

Em qualquer solução eficiente, a utilidade de $A$ é máximizada dadas as restrições:

1. $U_B(x_B, \theta) \geq \hat{U}_B$ (utilidade de $A$ é máxima, dada a utilidade de $B$);
2. $x_A + x_B + p\theta \leq m_A + m_B = m$ restrição orçamentária com possíveis transferências.

# Soluções eficientes: condições de ótimo

O lagrangeano desse problema é

$$\mathscr{L} = U_A(x_A, \theta) - \lambda U_B(x_B, \theta) - \mu(x_A + x_B + p\theta - m)$$

# Soluções eficientes: condições de ótimo

O lagrangeano desse problema é

$$\mathscr{L} = U_A(x_A, \theta) - \lambda U_B(x_B, \theta) - \mu(x_A + x_B + p\theta - m)$$

As condições de máximo de primeira ordem são

$$\frac{\partial U_A}{\partial x_A} = \mu = \lambda \frac{\partial U_B}{\partial x_B} \quad \text{e} \quad \frac{\partial U_A}{\partial \theta} - \lambda \frac{\partial U_B}{\partial \theta} = \mu p \theta,$$

# Soluções eficientes: condições de ótimo

O lagrangeano desse problema é

$$\mathscr{L} = U_A(x_A, \theta) - \lambda U_B(x_B, \theta) - \mu(x_A + x_B + p\theta - m)$$

As condições de máximo de primeira ordem são

$$\frac{\partial U_A}{\partial x_A} = \mu = \lambda \frac{\partial U_B}{\partial x_B} \quad \text{e} \quad \frac{\partial U_A}{\partial \theta} - \lambda \frac{\partial U_B}{\partial \theta} = \mu p \theta,$$

ou

$$\frac{\partial U_A / \partial \theta}{\partial U_A / \partial x_A} + \frac{\partial U_B / \partial \theta}{\partial U_B / \partial x_B} = p$$

Se $\partial U_b / \partial \theta < 0$, há externalidades negativas, se $\partial U_b / \partial \theta > 0$, há externalidades positivas.

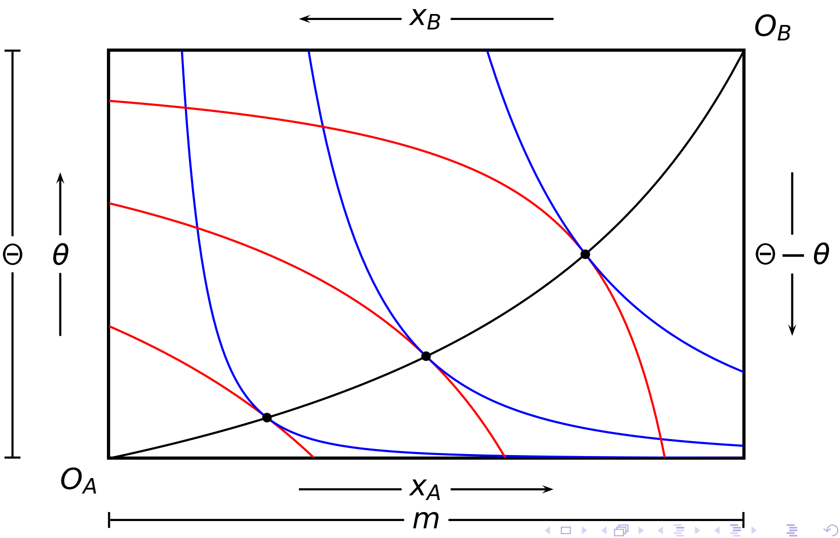
# Solução sem coordenação

$$\frac{\partial U_A/\partial \theta}{\partial U_A/\partial x_A} = p$$

- Se há externalidade positiva, há espaço para melhorar o bem-estar dos dois consumidores aumentando $\theta$ e fazendo $B$ pagar por parte desse aumento.
- Se há externalidade negativa, há espaço para aumentar o bem-estar dos dois consumidores reduzindo $\theta$ e fazendo $B$ compensar essa redução.

# Exemplo: $p = 0$, $\theta \leq \Theta$ e externalidade negativa

## Alocações eficientes



# Nota sobre o teorema de Coase

Conforme podemos ver no slide anterior, o nível ótimo de externalidade não é único. Assim, apenas a primeira versão do teorema de Coase é válida.

# Livre acesso

Considere uma região pesqueira com as seguintes características:

- O total produzido é dado pela função $y = f(x)$ na qual $y$ a o total pescado em Kg e $x$ é o número de pescadores em atividade na região.
- $f'(x) > 0$ para $x$ suficientemente pequeno e $f''(x) < 0$.
- A produção de cada pescador é $f(x)/x$.
- O preço do peixe é R$1/Kg.
- O custo custo de oportunidade de cada pescador mais o custo dos equipamentos por pescador é constante e igual a $c$.

# Livre acesso – número ótimo de pescadores

$$\max_x f(x) - cx$$

$$f'(x) = c$$

Trata-se da condição conhecida de igualdade entre o valor do custo marginal e o preço do vator de produção.

# Livre acesso – número de pescadores de equilíbrio

Enquanto

$$\frac{f(x)}{x} > c$$

haverá o incentivo à entrada de novos pescadores. O número de pescadores de equilíbrio $\hat{x}$ deve ser tal que

$$\frac{f(\hat{x})}{\hat{x}} = c.$$

# Exemplo

- $f(x) = 10x - x^2$
- $c = 2$

# Exemplo

- $f(x) = 10x - x^2$
- $c = 2$

$$f'(x^*) = c \Rightarrow 10 - 2x^* = 2 \Rightarrow x^* = 4.$$

# Exemplo

- $f(x) = 10x - x^2$
- $c = 2$

$$f'(x^*) = c \Rightarrow 10 - 2x^* = 2 \Rightarrow x^* = 4.$$

$$\frac{f(\hat{x})}{\hat{x}} = 2 \Rightarrow 10 - \hat{x} = 2 \Rightarrow \hat{x} = 8.$$

# Exemplo – ilustração gráfica