Informação Assimétrica

Sumário

- Ação oculta
    - Mecanismos de incentivo.
- Tipo oculto
    - Seleção adversa
    - Sinalização
- Mecanismos de revelação

Ação oculta

Ação oculta

Dizemos que há ação oculta quando um agente é incapaz de observar ações relevantes de outros agentes. Trata-se de um caso de informação imperfeita. Exemplos de ações ocultas são:

- Um empregador não é capaz de observar o esforço de seu empregado.
- Os acionistas de uma empresa não são capazes de observar o empenho de seus administradores no sentido de aumentar o valor da empresa.
- Uma seguradora não é capaz de observar se seu segurado toma precauções adequadas para a prevenção de um sinistro.

Moral Hazard

Agente: indivíduo contratado com a finalidade de buscar um interesse específico de outro.

Principal: Quem contrato o agente.

Moral Hazard ou risco moral: se as ações do agente não são observáveis, ele pode desviar-se do objetivo estabelecido no contrato, escolhendo ações que lhe são mais favoráveis.

Incentivos com informação perfeita: exemplo

Suponha um trabalhador que, usando um determinado equipamento, obtenha um valor de produção dado por

$$y = f(e), f'(e) > 0, f''(e) < 0,$$

em que e é o nível de esforço realizado.

Para realizar esse nível de esforço, o trabalhador incorre em um custo

$$c(e),$$

com $c'(e) > 0$ e $c''(e) > 0$.

Adicionalmente, o trabalhador tem a alternativa de receber uma remuneração $\bar{w}$ em uma atividade alternativa.

Condição de eficiência

- Caso não haja nível de esforço para o qual $f(e) \geq \bar{w} + c(e)$, o trabalhador não deve exercer essa atividade.
- Caso contrário, o trabalhador deverá exercer o nível de esforço que maximiza

$$f(e) - c(e).$$

Chamento esse nível de esforço de e^*, ele deve ser tal que

$$c'(e^*) = f'(e^*).$$

Mecanismos de inventivo: alternativas

Supondo que haja e tal que $f(e) \geq \bar{w} + c(e)$ e que o dono da máquina não seja o trabalhador, as seguintes alternativas de contrato, nas quais w é a remuneração do trabalhador, garantem que o nível de esforço realizado seja ótimo e que todo excedente seja apropriado pelo dono da máquina:

Salário: $w(e) = se + k$.

Aluguel: $w(e) = f(e) - A$.

Ultimato: O trabalhador recebe uma remuneração $\bar{w} + c(e^*)$ caso o produto seja $f(e^*)$ e nada, caso contrário.

Escolha do esquema de salário ótimo

Se $w(e) = se + k$, então o trabalhador deverá escolher e de modo a maximizar

$$se + k - c(e).$$

A condição de máximo de primeira ordem é:

$$c'(e) = s.$$

Fazendo $s = f'(e^*) = c'(e^*)$ o trabalhador deverá escolher o nível de esforço ótimo $e = e^*$. Para garantir que o trabalhador recebe o necessário, e não mais do que o necessário, para fazer com que ele aceite a proposta, a remuneração fixa (k) deve ser ajustada de modo a fazer com que

$$se^* + k = \bar{w} + c(e^*) \Rightarrow k = \bar{w} + c(e^*) - f'(e^*)e^*.$$

Esquema de aluguel ótimo

Se o trabalhador tiver direito a todo o produto menos o valor fixo A de aluguel da máquina, ele deverá escolher o nível de esforço que maximiza

$$f(e) - c(e) - A.$$

A condição de máximo de primeira ordem requer que

$$f'(e) = c'(e),$$

o que, sabemos, ocorre quando $e = e^*$.

O aluguel pode ser fixado de modo a fazer com que, quando escolhe $e = e^*$, o trabalhador recupere seu custo de oportunidade e o custo do esforço:

$$f(e^*) - A = c(e^*) + \bar{w} \Rightarrow A = f(e^*) - c(e^*) - \bar{w}.$$

Ação oculta

Os mecanismos anteriores só funcionam porque

- Ou o principal é capaz de observar o esforço; e/ ou
- existe uma correlação perfeita entre esforço e produto.

Caso essas premissas não sejam verdadeiras, o principal pode propor um esquema de remuneração atralado ao nível de produção, mas, com isso deverá repassar risco ao agente. Caso este seja averso a risco, tal transferência de risco implicará um custo adicional.

Exemplo

O agente pode participar de uma atividade nas seguintes condições:

- O agente pode escolher entre esforçar-se ou não. Definimos uma variável e tal que $e = 1$ caso o agente se esforce e $e = 0$ caso contrário.
- O produto será igual Y com probabilidade $\pi(e)$ ou y com probabilidade $1 - \pi(e)$, sendo que $Y > y$ e $\pi(1) > \pi(0)$.
- A função de utilidade de Von-Neumman Morgenstern do agente é $U(w,e)$ na qual w é sua remuneração. Essa função é crescente e côncava em relação a w e $U(w,1) < U(w,0)$.

Exemplo: Algumas definições

- Caso não participe dessa atividade, o agente obterá uma utilidade (chamada "utilidade de reserva") $\bar{u}$.
- O principal (risco-neutro) não é capaz de obervar o esforço, mas observa o produto.
- Remuneração de reserva ($\bar{w}$), é o valor mínimo para que o agente aceite trabalhar para o principal sem esforçar-se, definido por

$$U(\bar{w},0) = \bar{u}$$

- Custo do esforço (c) é o menor valor que deve ser acrescentado à remuneração de reserva para que o agente aceite trabalhar para o principal e esforçar-se, definido por

$$U(\bar{w}+c,1) = \bar{u} = U(\bar{w},0)$$

Excedente gerado quando o agente não se esforça

Se o agente não se esforça, o produto esperado será

$$y^e(0) = \pi(0)Y + [1 - \pi(0)]y = y + \pi(0)(Y - y).$$

se a remuneração do agente é w, seu excedente será

$$E_a(w,0) = w - \bar{w}.$$

O excedente esperado do principal será a diferença entre o produto esperado e a remuneração do agente:

$$E_p(w,0) = y^e(0) - w = y + \pi(0)(Y - y) - w.$$

O excedente social será a soma dos dois excedentes:

$$E_s(0) = E_a(0) + E_p(0) = y + \pi(0)(Y - y) - \bar{w}.$$

Excedente gerado quando o agente se esforça

Se o agente se esforça, o produto esperado será

$$y^e(1) = \pi(1)Y + [1 - \pi(1)]y = y + \pi(1)(Y - y).$$

se a remuneração do agente é w, seu excedente será

$$E_a(w,1) = w - \bar{w} - c.$$

O excedente esperado do principal será a diferença entre o produto esperado e a remuneração do agente:

$$E_p(w,1) = y^e(1) - w = y + \pi(1)(Y - y) - w.$$

O excedente social será a soma dos dois excedentes:

$$E_s(1) = E_a(1) + E_p(1) = y + \pi(1)(Y - y) - \bar{w} - c.$$

Quando é eficiente que o agente não aceite trabalhar?

O trabalhador não deve trabalhar para o principal caso $E_s(0) < 0$, isto é

$$y + \pi(0)(Y - y) - \bar{w} < 0$$

ou ainda,

$$y + \pi(0)(Y - y) < \bar{w}.$$

e $E_s(1) < 0$, ou seja,

$$y + \pi(1)(Y - y) - \bar{w} - \bar{c} < 0,$$

isto é,

$$y + \pi(1)(Y - y) < \bar{w} + c.$$

Quando é eficiente que o agente aceite trabalhar e não se esforce?

O trabalhador deve trabalhar e não se esforçar caso $E_s(0) > 0$, ou seja,

$$y + (Y - y)\pi(0) \geq \bar{w}$$

e $E_s(0) > E_s(1)$, ou seja,

$$y + (Y - y)\pi(0) - \bar{w} > y + (Y - y)\pi(1) - \bar{w} - c,$$

ou ainda,

$$[\pi(1) - \pi(0)](Y - y) < c.$$

Quando é eficiente que o agente aceite o trabalho e se esforce?

O trabalhador deve trabalhar e esforçar-se caso $E(1) > 0$, ou seja,

$$y + (Y - y)\pi(1) > \bar{w} + c,$$

e $E_s(1) > E_s(0)$, ou seja,

$$(Y - y)[\pi(1) - \pi(0)] > c.$$

Mecanismo de incentivo com ação oculta

- Principal oferece ao agente a remuneração W caso o produto seja Y e a remuneração w caso o produto seja y, com $W \geq w$.
- Agente deve decidir se aceita ou não a proposta e, caso aceite a proposta, se deve esforçar-se.
- Note que, caso $W > w$, ao aceitar a proposta, o agente se colocará em uma situação de risco. Isso significa que ele só aceitará a proposta caso sua remuneração embuta um prêmio de risco, p.
- Note também que, sabendo disso, caso queira contratar o agente sem que ele se esforce, o principal deverá oferecer uma remuneração fixa $W = w = \bar{w}$, evitando, desse modo, ter ressarcir o agente por qualquer risco assumido.

Excedente do agente quando há remuneração variável e ele não se esforça

$$E_a^e(W,w,0) = \pi(0)E_a(W,0) + [1-\pi(0)]\,E_a(w,0) - p(W,w,0)$$

em que $p(W,w,0)$ é o prêmio do risco corrido pelo agente dados os valores de remuneração condicionais W e w quando ele não se esforça. Esse excedente pode ser rescrito como

$$E_a^e(W,w,0) = \pi(0)(W-\bar{w}) + [1-\pi(0)]\,(w-\bar{w}) - p(W,w,0)$$

Excedente do agente quando há remuneração variável e ele se esforça

$$E_a^e(W,w,1) = \pi(1)E_a(W,1) + [1-\pi(1)]\,E_a(w,1) - p(W,w,1)$$

em que $p(W,w,1)$ é o prêmio do risco corrido pelo agente dados os valores de remuneração condicionais W e w quando ele se esforça. Esse excedente pode ser rescrito como

$$E_a^e(W,w,1) = \pi(1)(W-\bar{w}-c) + [1-\pi(1)]\,(w-\bar{w}-c) - p(W,w,1)$$

Condições para que o agente aceite a proposta e se esforce:

Restrição de participação

$E_a^e(W,w,1) \geq 0$, ou seja:

$$w + \pi(1)(W - w) \geq \bar{w} + c + p(W,w,1).$$

Restrição de incentivo

$E_a^e(W,w,1) \geq E_a^e(W,w,0)$, isto é:

$$w+\pi(1)(W-w)-\bar{w}-c-p(W,w,1) \geq w+\pi(0)(W-w)-\bar{w}-p(W,w,0)$$

em que $\Delta p = p(W,w,1) - p(W,w,0)$.

Remuneração escolhida pelo principal para induzir esforço.

1. A remuneração esperada deve ser a menor possível ainda compatível com a restrição de participação:

$$w + \pi(1)(W^* - w^*) = \bar{w} + c + p(W^*, w^*, 1).$$

2. A diferença entre W e w deve ser a menor possível ainda compatível com a restrição de compatibilidade de incentivo, de modo a tornar tão pequeno quanto possível o prêmio do risco:

$$[\pi(1) - \pi(0)](W^* - w^*) = c + \Delta p.$$

Ganho esperado do principal

Ao induzir esforço com custo mímimo

$$E_p^e(W^*,w^*,1) = y + \pi(1)(Y - y) - [w^* + \pi(1)(W^* - w^*)]$$

Ao contratar o agente com remuneração fixa

$$E_p(\bar{w}, 0) = y + \pi(0)(Y - y) - \bar{w}.$$

Diferença

$$E_p^e(W^*,w^*,1) - E_p(\bar{w}, 0) = [\pi(1) - \pi(0)](Y - y) - c - p(W^*, w^*, 1).$$

Condições para que o principal opte por contratar o agente com incentivo para esforço

1. $E_p^e(W^*, w^*, 1) \geq 0$:

$$y + \pi(1)(Y - y) \geq \bar{w} + c + p(W^*, w^*, 1)$$

2. $E_p^e(W^*, w^*, 1) \geq E_p(\bar{w}, 0)$:

$$[\pi(1) - \pi(0)](Y - y) \geq c + p(W^*, w^*, 1).$$

Por que a ação oculta gera ineficiência.

1. Caso o principal opte por induzir o agente a exercer o esforço terá que fazer com que ele assuma parte do risco decorrente do fato de que o produto é variável. Como o agente tem aversão ao risco e o principal é risco neutro, sob informação perfeita, seria mais eficiente que o principal arcasse com todo o risco.
2. Caso $[\pi(1)-\pi(0)](Y-y) \geq c$ e $[\pi(1)-\pi(0)](Y-y) < c + p(W^*, w^*, 1)$ poderá ser ótimo, sob condições de informação perfeita que o agente exerça o esforço, mas, havendo informação oculta, o principal não deverá escolher o esquema de remuneração que induz o esforço.

Um trabalhador pode realizar dois níveis de esforço quando contratado por uma fábrica, alto ou baixo. A probabilidade de ocorrerem erros de produção é condicional ao nível de esforço do trabalhador. Se o trabalhador realiza o esforço alto a probabilidade de erro é 0,25 e se o trabalhador realiza o esforço baixo a probabilidade de erro se eleva para 0,75. A função de utilidade do trabalhador é dada por: $U(w,e) = 100 - \frac{10}{w} - e$,em que w é o salário do trabalhador e e o nível de esforço, que assume o valor $e = 2$, no caso do trabalhador realizar o esforço alto, e $e = 0$ no caso do trabalhador realizar esforço baixo.

ANPEC 2012 — Questão 10 — continuação.

A única oportunidade de trabalho existente no mercado é dada por este posto na fábrica. O valor do produto depende de seu estado, ou seja, se o produto estiver perfeito o fabricante consegue vendê-lo a R$20,00 a unidade e se o produto apresentar algum defeito devido aos erros de produção, o produto não é vendido e, portanto, seu valor é zero. Sabendo que o fabricante é neutro ao risco e maximiza o lucro esperado conhecendo as restrições do trabalhador, assinale falso ou verdadeiro:[1]

[1] Obs.: para responder essa questão é preciso pressupor uma utilidade de reserva igual a zero.

ANPEC 2012 — Questão 10: Solução

Contratação sem incentivo ao esforço.

Caso não queira induzir o esforço, o fabricante deverá pagar um salário w_0 que seja suficiente para cobrir a utilidade de reserva do trabalhador:

$$U(w_0) = 100 - \frac{10}{w_0} = 0 \Rightarrow w_0 = \frac{1}{10}.$$

O ganho esperado do fabricante será:

$$GE_0 = \frac{1}{4}20 - \frac{1}{10} = \frac{49}{10}.$$

ANPEC 2012 — Questão 10: Solução

Contratação com incentivo: restrição de participação.

Sejam w_1 o salário pago quando não há falha e w_2 o valor pago quando há falha. Então a restrição de participação é:

$$\frac{3}{4}\left(100 - \frac{10}{w_1} - 2\right) + \frac{1}{4}\left(100 - \frac{10}{w_2} - 2\right) \geq 0,$$

o que pode ser rescrito como

$$98 - \frac{10}{w_2} + \frac{3}{4}\left(\frac{10}{w_2} - \frac{10}{w_1}\right) \geq 0. \tag{1}$$

ANPEC 2012 — Questão 10: Solução

Restrição de incentivo

$$\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{w_1}-2\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{w_2}-2\right)\geq\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{w_1}\right)+\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{w_2}\right).$$

Ou, simplificando,

$$\frac{10}{w_2}-\frac{10}{w_1}\geq 4.$$

Como o fabricante quer pagar o menor prêmio do risco possível, deverá escolher a menor diferença entre w_1 e w_2 que ainda satisfaça a inequação acima, isto é, deverá fazer com que

$$\frac{10}{w_2}-\frac{10}{w_1}=4. \tag{2}$$

ANPEC 2012 — Questão 10: Solução

Remuneração e lucro esperado com incentivo

Substituindo (2) em (1), e considerando o menor w_2 que atenda à desigualdade, chegamos ao resultado

$$w_1 = \frac{10}{97} \qquad \text{e} \qquad w_2 = \frac{10}{101}.$$

O ganho esperado do fabricante será

$$GE_1 = \frac{3}{4}20 - \left[\frac{3}{4}\frac{10}{97} + \frac{1}{4}\frac{10}{101}\right] = \frac{146440}{9797} \approx 14{,}95.$$

Como o ganho esperado com incentivo é maior do que o ganho esperado sem incentivo ($GE_0 = 4{,}9$), o fabricante deverá optar pelo esquema com incentivo.

ANPEC 2012 — Questão 10 — continuação.

0. O trabalhador irá sempre preferir realizar o nível de esforço baixo. F
1. O fabricante irá sempre preferir que o trabalhador realize o esforço baixo, pois o contrato que induz o trabalhador a realiza o esforço alto é muito desfavorável. F
2. Caso o fabricante queira que o trabalhador realize o esforço baixo deverá pagar salários distintos para cada estado da natureza, mas inferiores ao contrato proposto no caso de induzir o esforço alto. F

ANPEC 2012 — Questão 10 — continuação.

3. O salário pago para que o trabalhador realize o esforço baixo é dado por $w = \frac{10}{100}$. V
4. O vetor de salários ofertado ao trabalhador para que este realize o esforço alto é dado por: $w_1 = \frac{10}{97}$, $w_2 = \frac{10}{101}$ em que w_1 é o salário no estado da natureza em que não ocorrem erros de produção e w_2 é o salário no estado da natureza em que ocorrem erros de produção. V

Tipo oculto

Market for Lemons

- Dois tipos de automóveis: *lemons* (em mau estado) e *plums* (em bom estado).
- Os vendedores conhecem o estado do automóvel, os compradores, não.
- Preços de reserva:

	lemon	*plum*
comprador	p	P
vendedor	q	Q

- Os compradores conhecem a fração π dos *lemons* no total de carros.
- Assumiremos que os compradores são risco-neutros e que há tantos compradores quanto vendedores.

Market for Lemons: três possibilidades

1. Se $\pi p + (1-\pi)P \geq Q$, todos os automóveis serão vendidos.
2. Se $\pi p + (1-\pi)P < Q$, não há equilíbrio, o mercado colapsa para um equilíbrio em que $\pi = 1$ e $p \geq q$, apenas os *lemons* serão vendidos a um preço entre q e p.
3. Se $p + (1-\pi)P < Q$ e $p < q$, não há equilíbrio, o mercado colapsa para um equilíbrio em que nenhum automóvel será vendido.

Nos casos 2 e 3, dizemos que houve seleção adversa, pois o bom produto foi expulso do mercado pela presença do mau produto.

Exemplos

1. Se $p = 12$, $P = 24$, $q = 10$, $Q = 20$ e $\pi = 1/4$, então $\pi p + (1 - \pi)P = 21$ e todos os automóveis serão vendidos por um preço entre 21 e 24.
2. Se $p = 12$, $P = 24$, $q = 10$, $Q = 20$ e $\pi = 1/2$, então $\pi p + (1 - \pi)P = 18$ e apenas os *lemons* serão vendidos ao um preço entre 10 e 12.
3. Se $p = 12$, $P = 24$, $q = 14$, $Q = 20$ e $\pi = 1/2$, então $\pi p + (1 - \pi)P = 18$ e nenhum automóvel será vendido.

Exemplo: Questão 08, ANPEC 2002

Considere uma economia com dois períodos na qual existem dois tipos de empresas de tecnologia: 50% são empresas do tipo A e 50% do tipo B, ambas necessitando de financiamento de $\$50$. Empresas que não obtêm financiamento encerram suas atividades tendo valor zero. As empresas do tipo A no segundo período poderão valer $\$50$ ou $\$80$ (ambos com a mesma probabilidade), enquanto as empresas do tipo B poderão valer zero ou $\$120$ (ambos com a mesma probabilidade).

Questão 08, ANPEC 2002(cont.)

Nesta economia existe apenas um banco que capta recursos a uma taxa de 10%. O banco pode emprestar recursos às empresas, cobrando juros que serão pagos apenas no segundo período, caso o valor realizado da empresa seja suficientemente elevado. No caso de uma empresa do tipo A, por exemplo, ela somente pagará $\$50$ se esse for seu valor realizado, independentemente da taxa de juros acordada. Já no caso de uma empresa do tipo B, não haverá pagamento algum se o valor realizado for zero. Finalmente, assuma que uma empresa não tomará um empréstimo que não possa pagar nem mesmo quando seu valor realizado for elevado.

Questão 08, ANPEC 2002 — Solução

Se o banco cobrar taxas de juros r_A da empresa A e r_B da empresa B, então, lembrando que ele deve devolver aos seus financiadores $50 + 10\% \times 50 = \$55$ por $\$50$ empresatados,

- Seu ganho esperado com a empresa A será

$$G_A(r_A) = \frac{1}{2}50(1+r_A) + \frac{1}{2}50 - 55 = 25r_A - 5.$$

- Seu ganho esperado com a empresa B será

$$G_B(r_B) = \frac{1}{2}50(1+r_B) + \frac{1}{2}0 - 55 = 25r_B - 30.$$

Questão 08, ANPEC 2002 — Informação conpleta

A maior taxa de juros r_A que o banco pode cobrar da empresa A é tal que

$$50(1 + r_A) = 80 \Rightarrow r_A = 60\%.$$

A maior taxa de juros r_B que o banco pode cobrar da empresa B é tal que

$$50(1 + r_B) = 120 \Rightarrow r_B = 140\%.$$

Com informação completa, o banco deverá cobrar essas taxas de juros de cada empresa, obtendo um ganho esperado de

$G_A(0{,}60) = 25 \times 0{,}6 - 5 = \$10$ com a empresa do tipo A; e

$G_B(1{,}20) = 25 \times 1{,}4 - 30 = \$5$ com a empresa do tipo B.

Questão 08, ANPEC 2002 — Informação imconpleta

Caso o banco não seja capaz de diferenciar entre as duas empresas, deverá escolher entre

1. Cobrar uma taxa de juros $r = 60\%$ de qualquer empresa obtendo ganho esperado por empresa igual a

$$\begin{aligned} GE_1 = \frac{1}{2}G_A(0{,}6) + \frac{1}{2}G_B(0{,}6) \\ = \frac{1}{2}\left(25 \times 0{,}6 - 5 + 25 \times 0{,}6 - 30\right) = -5 \end{aligned}$$

2. Cobrar uma taxa de juros $r = 140\%$ de qualquer empresa sabendo que a empresa A não tomará emprestado, obendo um ganho esperado por empresa

$$GE_2 = G_B(1{,}4) = 25 \times 1{,}4 - 30 = 5.$$

Questão 08, ANPEC 2002(cont.)

⓿ Supondo que o banco pode distinguir os dois tipos de empresas, as taxas de juros mínimas que poderia cobrar das empresas do tipo A e B são respectivamente 20% e 120%. V

$$G_A(r_A) = 0 \Rightarrow 25r_A - 5 = 0 \Rightarrow r_A = 0{,}2$$
$$G_B(r_B) = 0 \Rightarrow 25r_B - 30 = 0 \Rightarrow r_B = 1{,}2$$

❶ A taxa de juros máxima que uma empresa do tipo A pode aceitar pagar é 80%, enquanto que para empresas do tipo B esse máximo é 120%. F

Questão 08, ANPEC 2002(cont.)

2. Suponha que o banco não possa distinguir entre os dois tipos de empresa e que raciocine da seguinte forma: "Como metade das firmas são do tipo A e metade são do tipo B, vou cobrar, da firma que solicitar empréstimo, uma taxa de juros correspondendo à média das taxas que cobraria de cada empresa se pudesse distinguí-las". Então cobrará juros de 100%. $\frac{0{,}6+1{,}4}{2} = 1$ V
3. Se o banco não pode distinguir entre os tipos de empresas, uma estratégia ótima para o banco seria cobrar 140% de qualquer empresa de tecnologia que quisesse financiamento. V
4. Em equilíbrio, firmas de ambos os tipos A e B tomam empréstimos do banco. F

Sinalização

Um sinal é um bem ou compromisso contratual visível para os compradores, sem valor implícito para os vendedores, que custe para o vendedor do carro bom estado menos do que $Q - q$, mas que, para o vendedor do carro em mau estado, custe mais do que $Q - q$.

O vendedores do automóvel em bom estado podem incorrer no custo associado ao sinal como forma de mostrar aos compradores que efetivamente possuem automóveis de valor mais elevado.

Sinalização: exemplos

- Garantias.
- Certificados emitidos por terceiros.
- Oferecimento de contrapartidas.

O modelo de sinalização Spence

- Dois tipos de trabalhadores: trabalhadores do tipo 1 e trabalhadores do tipo 2.
- α é a parcela dos trabalhadores do tipo 1 no total de trabalhadores.
- A produtividade do trabalhador do tipo 1 é s_1 e a do trabalhador do tipo 2 é s_2.
- Os trabalhadores 1 e 2 têm remuneração de reserva iguais a, respectivamente, $\bar{w}_1 = 0$ e $\bar{w}_2 \geq 0$.
- $s_1 < \bar{w}_1 \leq \bar{w}_2 < s_2$

O modelo de sinalização Spence

- Há um curso que custa, por nível obtido, c_1 para o trabalhador do tipo 1 e c_2 para o trabalhador do tipo 2.
- Esse curso não aumenta a produtividade dos trabalhadores e não tem utilidade para eles.
- $c_1 > c_2$
- O mercado de trabalho é perfeitamente competitivo.

O modelo de Spence: Equilíbrio com informação completa

- Os salários do trabalhadores dos tipos 1 e 2 serão, respectivamente, s_1 e s_2.
- Ninguém fará o curso.

O modelo de Spence: Equilíbrio com seleção adversa

Se

$$s_e = \alpha s_1 + (1-\alpha)s_2 < w_2$$

e não houver associação entre nível educacional e salário dos trabalhadores, então apenas os trabalhadores do tipo 1 se oferecerão para os empregos e serão contratados ao salário s_1.

Equilíbrio agregador

Se

$$s_e = \alpha s_1 + (1 - \alpha) s_2 \geq w_2$$

e a remuneração dos trabalhadores não for associada ao nível de edução, todos os trabalhadores serão contratados ao salário s_e. Dizemos que trata-se de um equilíbrio agregador por não haver sinal que separe os trabalhadores do tipo 1 dos trabalhadores do tipo 2.

O modelo de Spence: Equilíbrio separador

- Os empregadores acreditam que trabalhadores com um nível de educação igual ou superior a $\tilde{e}$ têm produtividade s_2 e que os outros trabalhadores têm produtividade s_1. Assim oferecem remuneração s_2 para trabalhadores com nível de educação igual ou superior a $\tilde{e}$ e s_1 para os outros.
- A remuneração incentiva os trabalhadores do tipo 2 a obter o nível de educação $\tilde{e}$: $s_2 - \max\{s_1, \bar{w}_2\} > c_2\,\tilde{e}$.
- O mesmo não acontece com os trabalhadores do tipo 1: $s_2 - s_1 < c_1\,\tilde{e}$
- $\dfrac{s_2 - s_1}{c_1} < \tilde{e} < \dfrac{s_2 - \max\{s_1, \bar{w}_2\}}{c_2}$

O modelo de Spence: Efeitos da sinalização.

- Caso
$$w_2 > s_e,$$
a sinalização gerará ganho de eficiência ao possibilitar a contratação do trabalhador do tipo 2.
- Caso $w_2 < s_e$ e
$$s_1 - s_e > c_2\tilde{e},$$
a sinalização gerará perda de excedente social, em virtude de seu custo, mas o trabalhador do tipo 2 preferirá o equilíbrio separador ao equilíbrio agregador.
- Caso $w_2 < s_e$ e
$$s_1 - s_e < c_2\tilde{e},$$
a sinalização gerará perda de excedente social, em virtude de seu custo, e os dois trabalhadores preferirão o equilíbrio separador ao equilíbrio agregador.

Exemplo 1

- $\bar{w}_1 = 0, w_2 = 450$
- $s_1 = 400 \; s_2 = 600$
- $\alpha = \frac{4}{5}$
- $c_1 = 20, c_2 = 12$

Equilíbrio com seleção adversa

- $s_e = \alpha s_1 + (1-\alpha)s_2 = \frac{4}{5}400 + \frac{1}{5}600 = 440 < w_2.$
- O salário oferecido será $w = 400$;
- Apenas o trabalhador do tipo 1 aceita o emprego e seu excedente será igual a 400;
- O excedente do trabalhador do tipo 2 é 0.

Exemplo 1

- $\bar{w}_1 = 0, \bar{w}_2 = 450$
- $s_1 = 400 \; s_2 = 600$
- $\alpha = \frac{4}{5}$
- $c_1 = 20, c_2 = 12$

Equilíbrio separador

- Os trabalhadores do tipo 2 obtém um grau de estudo $\tilde{e}$ tal que

$$\frac{600-400}{20} = 10 < \tilde{e} < \frac{600-450}{12} = \frac{25}{2}.$$

- O salário do trabalhador do tipo 1 é $w_1 = 400$ e o do tipo 2 é 600.
- O excedente do trabalhador do tipo 1 é 400, igual ao do equilíbrio com seleção adversa.
- O excedente do trabalhador do tipo 2 é inferior a $600 - 12 \times 10 - 450 = 30$ e maior do que zero, sendo superior ao do equilíbrio agregador.

Exemplo 2

- $\bar{w}_1 = 0, w_2 = 0$
- $s_1 = 400$ $s_2 = 600$
- $\alpha = \frac{4}{5}$
- $c_1 = 20, c_2 = 12$

Equilíbrio agregador

- $\alpha s_1 + (1-\alpha)s_2 = \frac{4}{5}400 + \frac{1}{5}600 = 440.$
- O salário oferecido será $w = 440$;
- Os dois trabalhadores aceitam o salário e obtém excedente igual a 440;

Exemplo 2

- $\bar{w}_1 = \bar{w}_2 = 0$
- $s_1 = 400$ $s_2 = 600$
- $\alpha = \frac{4}{5}$
- $c_1 = 20$, $c_2 = 12$

Equilíbrio separador

- Os trabalhadores do tipo 2 obtém um grau de estudo $\tilde{e}$ tal que

$$\frac{600-400}{20} = 10 < \tilde{e} < \frac{600-400}{12} = \frac{50}{3}.$$

- O salário do trabalhador do tipo 1 é $w_1 = 400$ e o do tipo 2 é 600.
- O excedente do trabalhador do tipo 1 é 400, igual ao do equilíbrio agregador.
- O excedente do trabalhador do tipo 2, $600 - 12\tilde{E}$, será superior ao do equilíbrio agregador desde que $10 < \tilde{E} < \frac{40}{3}$.

Exemplo 3

- $\bar{w}_1 = \bar{w}_2 = 0$
- $s_1 = 400$ $s_2 = 600$
- $\alpha = \frac{1}{2}$
- $c_1 = 20, c_2 = 12$

Equilíbrio agregador

$$s_2 = \frac{1}{2}400 + \frac{1}{2}600 = 500 > \bar{w}_2.$$

Os dois trabalhadores aceitam o salário $w = 500$. Esse também é o valor dos excedentes dos dois trabalhadores.

Exemplo 3

- $\bar{w}_1 = \bar{w}_2 = 0$
- $s_1 = 400$ $s_2 = 600$
- $\alpha = \frac{1}{2}$
- $c_1 = 20, c_2 = 12$

Equilíbrio separador

- Os trabalhadores do tipo 2 obtém um grau de estudo $\tilde{e}$ tal que

$$\frac{600-400}{20} = 10 < \tilde{e} < \frac{600-400}{12} = \frac{25}{3}.$$

- O salário do trabalhador do tipo 1 é $w_1 = 400$ e o do tipo 2 é 600.
- O excedente do trabalhador do tipo 1 é 400.
- O excedente do trabalhador do tipo 2 é inferior a $600 - 12 \times 10 = 480$, inferior ao do equilíbrio agregador.

Exemplo 4: ANPEC 2003 — Questão 9

Considere um modelo de sinalização do tipo Spence no qual os trabalhadores escolhem um nível de educação. Há uma grande quantidade de firmas e de trabalhadores. Os trabalhadores hábeis têm a função de utilidade $U_H = w - \frac{3}{8}E^2$ e os trabalhadores pouco hábeis têm a função de utilidade $U_{PH} = w - \frac{1}{2}E^2$, em que w representa o nível salarial e E o nível educacional. Um trabalhador hábil com nível de educação E_H vale $1{,}5\,E_H$ para a firma, enquanto um trabalhador pouco hábil com nível de educação E_{PH} vale $1\,E_{PH}$. Metade dos trabalhadores são hábeis.

Exemplo 4: Solução eficiente

Sejam E_H e E_{PH} os níveis educacionais dos trabalhadores hábeis e inábeis, respectivamente. O excedente gerado com cada tipo de trabalhador é igual ao seu produto menos a remuneração necessária para compensá-lo pelo nível educacional obtido:

Excedende com trabalhadores hábeis: $\frac{3}{2}E_H - \frac{3}{8}E_H^2$.
Excedende com trabalhadores pouco hábeis: $E_{PH} - \frac{1}{2}E_{PH}^2$.

As condições para maximização desses excedentes são:

Trabalhadores hábeis: $\frac{3}{2} - \frac{3}{4}E_H = 0 \Rightarrow E_H = 2$; e
Trabalhadores pouco hábeis: $1 - E_{PH} = 0 \Rightarrow E_{PH} = 1$.

Exemplo 4: Escolha do trabalhador hábil.

Se a remuneração for $w = \gamma E$ $(\gamma > 0)$ então o trabalhador hábil escolherá um nível educacional E_H de modo a maximizar

$$\gamma E_H - \frac{3}{8}E_H^2.$$

A condição de primeira ordem é:

$$\gamma - \frac{3}{4}E_H = 0,$$

o que significa que ele escolherá o nível de estudo

$$E_H(\gamma) = \frac{4}{3}\gamma,$$

obtendo uma utilidade de

$$V_H(\gamma) = \gamma \times \frac{4}{3}\gamma - \frac{3}{8}\left(\frac{4}{3}\gamma\right)^2 = \frac{2}{3}\gamma^2.$$

Exemplo 4: Escolha do trabalhador pouco hábil.

Se a remuneração for $w = \gamma E$ $(\gamma > 0)$ então o trabalhador pouco hábil escolherá um nível educacional E_{PH} de modo a maximizar

$$\gamma E_{PH} - \frac{1}{2} E_{PH}^2.$$

A condição de primeira ordem é:

$$\gamma - E_{PH} = 0,$$

o que significa que ele escolherá o nível de estudo

$$E_{PH}(\gamma) = \gamma,$$

obtendo uma utilidade de

$$V_H(\gamma) = \gamma \times \gamma - \frac{1}{2}\gamma^2 = \frac{\gamma^2}{2}.$$

Exemplo 4: Equilíbrio separador — condição 1

A remuneração deve ser $w = E$ caso $E < \tilde{E}$ e $\frac{3}{2}E$ caso contrário. Os trabalhadores pouco hábeis devem escolher $E_{PH}(1)$, isto é

$$V_{PH}(1) = \frac{1^2}{2} = \frac{1}{2} > \frac{3}{2}\tilde{E} - \frac{1}{2}\tilde{E}^2$$

Resolvendo essa inequação chegamos à condição

$$\tilde{E} < \frac{1}{2}\left(3 - \sqrt{5}\right) \text{ ou } \tilde{E} > \frac{1}{2}\left(3 + \sqrt{5}\right)$$

Exemplo 4: Equilíbrio separador — condição 2

A remuneração deve ser $w = E$ caso $E < \tilde{E}$ e $\frac{3}{2}E$ caso contrário. Os trabalhadores hábeis devem escolher $E_{PH} = \tilde{E}$, isto é

$$V_H(1) = \frac{2}{3} \times 1^2 = \frac{2}{3} < \frac{3}{2}\tilde{E} - \frac{3}{8}\tilde{E}^2$$

Resolvendo essa inequação chegamos à condição

$$\frac{2}{3}\left(3 - \sqrt{5}\right) < \tilde{E} < \frac{2}{3}\left(3 + \sqrt{5}\right)$$

Exemplo 4: Equilíbrio separador

O nível de estudo exigido no equilíbrio separador deve atender às condições

$$\tilde{E} < \frac{1}{2}\left(3 - \sqrt{5}\right) \text{ ou } \tilde{E} > \frac{1}{2}\left(3 + \sqrt{5}\right)$$

e

$$\frac{2}{3}\left(3 - \sqrt{5}\right) < \tilde{E} < \frac{2}{3}\left(3 + \sqrt{5}\right)$$

Portanto os valores de $\tilde{E}$ que geram equilíbrio separador são tais que

$$\frac{1}{2}\left(3 + \sqrt{5}\right) < \tilde{E} < \frac{2}{3}\left(3 + \sqrt{5}\right)$$

Exemplo mais complexo: ANPEC 2003 — Questão 9

Julgue

0. A solução eficiente (com informação completa) é $(E_{PH} = 1, E_H = 2)$. **V**
1. Caso exista um equilíbrio agregador, este não pode ser eficiente. **V**
2. Caso haja um equilíbrio separador, este será eficiente. **F**
3. Em nenhum equilíbrio U_H pode ser menor que $1/2$. **V**
4. Caso haja um equilíbrio separador, nele, ter-se-á $E_H > \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ou $E_H < \frac{3-\sqrt{5}}{2}$. **V**

Mecanismos de revelação

Mecanismos de revelação

São mecanismos de incentivo para que os agentes revelem seu tipo.

Leilão de Vicrey

Trata-se de um leilão por um objeto no qual os proponentes devem oferecer seus lances simultaneamente (p. ex. em uma carta fechada) e o proponente com maior lance compra o objeto pagando o segundo maior lance. Nesse leilão, declarar a verdadeira disposição a pagar é estratégia fracamente dominante.

Mecanismo de Vickrey-Clarke-Groves

- Um planejador deve escolher a quantidade G a ser provida de um bem público.
- Os n consumidores possuem funções de utiliade na forma

$$U_i(x_i, G) = x_i + v_i(G)$$

  na qual x_i é o valor dos gastos com aquisição dos bens privados.
- O custo de provisão do bem público $c(G)$ deverá ser rateado entre os consumidores de acordo com as funções $c_1(G), c_2(G), \ldots, c_n(G)$, de tal sorte que

$$\sum_{i=1}^{n} c_i(G) = c(G)$$

Mecanismo de Vickrey-Clarke-Groves — continuação

- Dada a quantidade provida do bem público e a regra de distribuição de seu custo, cada consumidor obterá um excedente dado por

$$r_i = v(G) - c_i(G).$$

- O planejador não conhece as funções $r_i(G)$, de modo que solicita aos consumidores declarem essa funções. Seja $d_i(G)$ a função declarada pelo consumidor i, não necessariamente igual a $r_i(G)$.

Mecanismo de Vickrey-Clarke-Groves — continuação

Sejam

- G^* A quantidade do bem público que maximiza $\sum_{i=1}^{n} d_i(G)$.
- G_i' um valor definido para cada indívíduo i, $i = 1,2,\ldots,n$, de modo a maximizar $\sum_{j\neq i} r_j(G)$.

O mecanismo de Vickrey-Clarke-Graves consiste em

1. Prover a quantidade G^* do bem público.
2. Impor um imposto a cada consumidor igual a

$$\sum_{j\neq i}\left[d_j(G_i') - d_j(G^*)\right]$$

Melhor estratégia para o Mecanismo de VCG

Cada consumidor i quer que o planejador a escolha G que maximize o seu excedente líquido (inclusive do imposto de VCG):

$$r_i(G) - \sum_{j \neq i} \Big[d_j(G') - d_j(G) \Big],$$

O que, tomando G' como um dado, equivale a maximizar

$$r_i(G) + \sum_{j \neq i} d_j(G).$$

O planejador irá maximizar

$$\sum_{j=1}^{n} d_j(G) = d_i(G) + \sum_{j \neq i} d_j(G).$$

Portanto, caso declare $d_i(G) = r_i(G), \forall G$, o consumidor i fará com que a função objetivo do planejador coincida com o seu.

Problemas com o mecanismo de VCG

- Só funciona com preferências quase-lineares.
- Há um custo de eficiência igual ao valor do imposto cobrado, visto que este deve ser esterilizado para não afetar as decisões dos agentes.

Exemplo: ANPEC 2010, Questão 14

Três estudantes de mestrado em economia (ditos, A, B e C), que dividem quarto em uma república perto da escola, precisam decidir se adquirem ou não uma TV que custa \$300, para que possam relaxar assistindo a um filme todo domingo à noite, único horário em que não estão estudando. Eles concordam antecipadamente que, se decidirem adquirir a TV, então cada um irá contribuir com \$100. Os preços de reserva dos estudantes A, B e C são, respectivamente, $v_A = 60$, $v_B = 60$ e $v_C = 240$. Como os preços de reserva são informação privada, eles concordam em usar o mecanismo de Groves-Clarke de revelação de demanda. Para tanto, denote por H_A, H_B e H_C, os impostos de Groves-Clarke dos estudantes A, B e C, respectivamente. Calcule $H_A + H_B + H_C$.

ANPEC 2010, Questão 14 — Solução

Funções $r_i(G)$:

i	G = 0	G = 1
A	0	–40
B	0	–40
C	0	140
$\sum_i$	0	60
$\sum_{i \neq A}$	0	100
$\sum_{i \neq B}$	0	100
$\sum_{i \neq C}$	0	–80

Escolhas ótimas

	A	B	C
G^*	1	1	1
G_i'	1	1	0

Taxa VCG:

	A	B	C
$\sum_{j \neq i} d_j(G_i')$	100	100	0
$\sum_{j \neq i} d_j(G^*)$	100	100	–80
TVCG	0	0	80