UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto – Departamento de Economia

REC0224 – MICROECONOMIA II – PRIMEIRA PROVA.

ROBERTO GUENA DE OLIVEIRA

2 de novembro de 2009

(1) Um consumidor tem suas preferências representadas pela função de utilidade $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$ na qual x_1 e x_2 são as quantidades de consumo mensal dos dois únicos bens da economia (bem 1 e bem 2) em que ele vive. Inicialmente, esse consumidor se defronta com os preços dos bens 1 e 2 dados por, respectivamente, $p_1^0 = 1$ e $p_2 = 1$ e tem uma renda $m = 1.000,00$. Após uma elevação no preço do bem 1 para $p_1^1 = 2$, a renda desse consumidor é reajustada para o valor da cesta de bens que o consumidor demandava antes dessa elevação no preço, calculado com o novo preço do bem 1. Pergunta-se:

(a) Qual a diferença entre a renda final do consumidor e a renda que ele deveria receber para manter sua utilidade no mesmo nível que na situação inicial?

(b) Se o preço do bem 1 não tivesse se alterado, qual a variação na renda desse consumidor que geraria o mesmo impacto sobre sua utilidade que o impacto gerado pelo efeito combinado da variação no preço do bem 1 com o reajuste em sua renda?

Solução

Para resolver esse exercício será util determinar a função de utilidade indireta de nosso consumidor. Por ser sua função de utilidade, uma função Cobb-Douglas, com coeficientes iguais a 1, sabemos que as funções de demanda pelos bens 1 e 2, serão dadas por

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2p_1} \quad \text{e} \quad x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2p_2}$$

Substituindo essas funções de demanda na função de utilidade de nosso consumidor, obtemos a função de utilidade indireta

$$V(p_1, p_2, m) = \frac{m^2}{4p_1p_2}.$$

Nosso consumidor parte de uma situação inicial na qual os dois bens têm preço unitário e sua renda é 1.000. Nessa situação, os consumos dos bens 1 e 2 são dados por, respectivamente,

$$x_1^0 = x_1(1, 1, 1000) = 500 \quad \text{e} \quad x_2^0 = x_2(1, 1, 1000) = 500,$$

e o consumidor obtém um nível de utilidade dado por

$$u^0 = V(1, 1, 1000) = 250.000.$$

Quando o preço do bem 1 sobe para $p_1^1 = 2$, a renda do consumidor é reajustada para o valor da cesta de bens inicialmente consumida. Portanto, a renda desse consumidor após o reajuste é dada por

$$m^1 = 2 \times 500 + 1 \times 500 = 1500.$$

Nessas novas condições o nível de utilidade de nosso consumidor passa a ser

$$u^1 = V(2, 1, 1500) = \frac{1500^2}{8} = 281.250$$

Como $u^1 > u^0$, o consumidor está melhor na situação final do que estava na situação inicial. A diferença entre a renda final e a renda necessária para fazer com que o consumidor obtivesse o mesmo nível de utilidade da situação inicial é a variação compensatória do consumidor e é dada por

$$V(2, 1, m^1 - VC) = u^0 \Rightarrow \frac{(1500 - VC)}{8} = 250.000 \Rightarrow VC = 1500 - 1000\sqrt{2}.$$

A variação equivalente (VE) mede o aumento de renda necessária para obter o mesmo ganho de utilidade que o consumidor obteve com o aumento no preço do bem 1 seguido do reajuste em sua renda, caso o aumento no preço do bem1 não ocorresse. Ela é dada por

$$V(1, 1, 1000 + VE) = u^1 \Rightarrow \frac{(1000 + VE)^2}{4} = 281.250 \Rightarrow VE = 750\sqrt{2} - 1000.$$

Desse modo, as respostas são:

(a) $1500 - 1000\sqrt{2} \approx 85,79$.

(b) $750\sqrt{2} - 1000 \approx 60,66$.

(2) A função de custo de uma empresa monopolista é dada por $CT(q) = 0,5q^2$, sendo CT o custo total da empresa e q a quantidade por ela produzida. A função de demanda dessa empresa é $p = 120 - 2q$ na qual p é o preço de demanda.

(a) Determine a produção e o preço que maximizam o lucro da empresa.

(b) Caso uma agência reguladora queira fazer com que essa empresa produza a quantidade eficiente, qual é o preço máximo que ela (agência) deve impor à empresa?

Solução

(a) A receita da empresa será dada por $pq = 120q - 2q^2$ e, portanto, sua receita marginal será

$$RMg = \frac{d}{dq}(120q - 2q^2) = 120 - 4q.$$

O custo marginal dessa empresa é

$$CMg = \frac{d}{dq}CT = q.$$

Como o monopolista maximiza seu lucro ao igualar receita marginal a custo marginal, a quantidade que maximiza seu lucro deve ser tal que

$$120 - 4q = q \Rightarrow q = 24.$$

Substituindo essa valor de q na função de demanda obtemos $p = 72$.

(b) Para induzir o monopolista a produzir a quantidade eficiente, o órgão regulador deve impor um preço máximo correspondente ao custo marginal de produção quando esta atinge nível eficiente, isto é quando o preço de demanda e o custo marginal se igualam. Para determinar esse nível de produção, resolvemos

$$q = 120 - 2q$$

obtendo o nível ótimo de produção $q = 40$. Como $CMg = q$, o preço máximo a ser fixado pelo órgão regulador deve ser também igual a 40.

(3) Uma empresa é a única produtora de um bem cuja qualidade é facilmente mensurável. Essa empresa vende para dois tipos de consumidores, A e B ambos em igual número. Cada consumidor deve decidir se compra ou não uma unidade do produto dessa empresa. A função de utilidade dos consumidores do tipo A é $U_A(q_A, x_A) = x_A + 7q_A - q_A^2$ na qual q_A é a qualidade do produto adquirido pelo consumidor A (caso o consumidor opte por não adquirir esse bem, $q_A = 0$.) e x_A é o dinheiro diponível para esse consumidor dispender com a aquisição dos outros bens. A função de utilidade do consumidor do tipo B é $U_B(q_B, x_B) = x_B + 5q_B - q_B^2$, na qual x_B e q_B são definidos de modo similar. A empresa conhece essas funções de utilidade, mas é incapaz de identificar antes da venda de seu produto o tipo de cada consumidor. Ela pretende lançar duas versões de seu produto, uma delas destinadas aos consumidores do tipo A e outra destinada aos consumidores do tipo B, sendo que essas duas versões serão diferenciadas pelo nível de qualidade. O custo de produção de uma unidade do produto com qualidade q é $c(q) = q$. Supondo que essa empresa determine os níveis de qualidade e os preços dos produtos de modo a meximizar seu lucro, determine os níveis de qualidade e os preços a serem cobrados para cada versão do produto.

Solução

As funções de utilidade de cada indivíduo são quase lineares (lineares em x_A e x_B). Como o bem x_A é medido em unidades monetárias, isto é $p_x = 1$, a disposição a pagar, por parte de consumidor A, $DP_A(q)$ para consumir o produto com qualidade q é dada por

$$m_A - DP_A(q) + 7q - q^2 = m_A$$

sendo m_A a renda do consumidor A. O lado esquerdo dessa igualdade representa a utilidade desse consumidor quando ele paga $DP_A(q)$ para ter acesso ao consumo do bem com qualidade q. O lado direito, é a utilidade desse consumidor caso ele opte por não consumir o bem. Resolvendo-se essa igualdade para $DP_A(q)$, obtemos

$$DP_A(q_A) = 7q_A - q_A^2.$$

De modo similar, podemos concluir que a disposição a pagar do consumidor B para consumir o produto da empresa com qualidade q é

$$DP_B(q) = 5q - q^2.$$

Vimos em sala de aula que, sendo c o custo marginal da qualidade, para maximizar seu lucro, a empresa deve oferecer duas versões de seu produto, uma com qualidade q_B e a outra com qualidade q_A, que sejam tais que

$$DP_A'(q_A) = c \text{ e } DP_A'(q_B) - DP_B'(q_B) = DP_B'(q_B) - c \tag{1}$$

O preços $P(q_B)$ e $P(q_A)$ dos produtos com qualidade q_B e q_A, respectivamente, devem ser definidos por:

$$P(q_B) = DP_B(q_B) \text{ e } P(q_A) = DP_A(q_A) - DP_A(q_B) + DP_B(q_B) \tag{2}$$

Aplicando as funções de disposição a pagar na condição (1), e observando que o custo marginal da qualidade é $c = c'(q) = 1$, obtemos

$$7 - 2q_A = 1 \quad \text{e} \quad 7 - 2q_B - (5 - 2q_B) = 5 - 2q_b - 1.$$

Resolvendo essas equações para q_A e q_B, obtemos

$$q_A = 3 \quad \text{e} \quad q_B = 1.$$

Substituindo esses valores em (2), chegamos a

$$P(q_B) = 4 \quad \text{e} \quad P(q_A) = 10$$

Portanto, a nossa empresa deverá vender seu produto, em uma versão básica, com qualidade $q_B = 1$ ao preço $P(q_B) = 4$ e, em outra versão, com qualidade $q_A = 3$ ao preço $P(q_A) = 10$.

(4) Um mercado é dividido entre duas empresas, que produzem um bem homogêneo. Esse mercado opera de acordo com o modelo de liderança preço. A empresa líder tem uma função de custo dada por $c_\ell = 2y_\ell$ na qual y_ℓ é a quantidade produzida pela empresa líder. A função de custo da empresa seguidora é $C_s = 2y_s^2$. A função de demanda pelo produto das duas empresas é $x = 102 - \frac{3}{4}p$ na qual x é a quantiade demandada. Encontre as quantidades a serem produzidas por empresa e o preço anunciado pela empresa líder.

Solução

Caso a empresa líder anuncie um preço p qualquer, a seguidora, a fim de maximizar seu lucro, deverá escolher um nível de produção que iguale seu custo marginal a esse preço. O custo marginal da seguidora é

$$CMg_s = \frac{d}{dy_s} 2y_s^2 = 4y_s.$$

Desse modo, a função de reação da seguidora é obtida, resolvendo-se para y_s a equação $4y_s = p$, ou seja,

$$y_s = \frac{p}{4}.$$

Portanto, a demanda residual da lider, $x_\ell(p)$ será dada por

$$x_\ell(p) = x(p) - y_s(p) \Rightarrow x_\ell(p) = 102 - \frac{3}{4}p - \frac{1}{4}p = 102 - p,$$

ou, expressando-se essa demanda na forma inversa,

$$p = 102 - x_\ell.$$

Consequentemente, a receita total da lider, quando ela pratica o preço p e iguala sua produção à demanda residual de seu produto, será $RT_\ell = 102y_\ell - y_\ell^2$ e sua receita marginal será

$$RMg_\ell = 102 - 2y_\ell.$$

A empresa líder, de modo a maximizar seu lucro, escolhe o nível de produção que iguala essa receita marginal a seu custo marginal que é dado por $CMg_\ell = \frac{d}{dy_\ell}2y_\ell = 2$, isto é

$$102 - 2y_\ell = 2 \Rightarrow y_\ell = 50.$$

Substituindo esse valor na função de demanda inversa residual da líder, encontramos o preço que ela deverá anunciar:

$$p = 102 - 50 = 52.$$

Finalmente, substiuimos esse preço na função de oferta (reação) da seguidora para descobrir que ela produzirá

$$y_s = \frac{52}{4} = 13.$$

Assim a empresa líder praticará o preço $p = 52$, vendendo $y_\ell = 50$ unidades de seu produto e a empresa seguidora venderá, ao preço praticado pela líder, $y_s = 13$ unidades do produto.

(5) Considere o seguinte jogo com dois jogadores: dez palitos são dispostos sobre uma mesa. Em cada rodada, um jogador deve retirar um ou dois palitos de sobre a mesa. O jodadores devem jogar de modo alternado. Assim, na primeira rodada, o jogador 1 deve retirar um ou dois palitos, na segunda rodada, o mesmo deve ser feito pelo jogador 2, na terceira rodada, o jogador 1 deve novamente retirar um ou dois palitos, e assim por diante. O jogo acaba quando todos os palitos forem retirados da mesa e perde o jogo o jogador que retirar o último palito. Supondo que os dois jogadores joguem de modo racional e que os dois jogadores desejem ganhar o jogo, que jogador deve vencer? Descreva a estratégia a ser adotada por esse jogador.

SOLUÇÃO

Visto que os dois jogadores são racionais e desejam ganhar o jogo, o jogo terá fim quando o jogador perdedor for forçado a retirar o último palito deixado sobre a mesa. O vencedor será capaz de fazer com que o perdedor seja forçado a retirar esse último palito caso, na penúltima rodada do jogo, haja dois ou três palitos sobre a mesa. Se hover dois palitos, ele deve retirar apenas um e, se hover três palitos, ele deve retirar dois palitos, de modo a fazer com que o perdedor se defronte com apenas um palito sobre a mesa.

Sabendo que, caso sobre dois ou três palitos sobre a mesa em uma rodada na qual cabe ao outro jogador escolher quantos palitos retirar, este ganhará o jogo, o perdedor só irá deixar dois ou três palitos sobre a mesa, caso não tenha como fazer diferente. Isso ocorrerá se no momento de uma de suas jogadas, houver 4 palitos sobre a mesa, de tal sorte que, se ele escolher retirar um palito, deixará três palitos para o vencedor e, se ele retirar dois palitos, deixará dois palitos para o vencedor.

Portanto, o jogador que conseguir fazer com que seu oponente encontre, em uma das rodadas em que ele joga, exatamente quatro palitos sobre a mesa, será o vencedor. Ele conseguirá fazer isso caso em um momento em que decide quantos palitos retirar, haja sobre a mesa 5 ou 6 palitos. No primeiro caso, ele deverá retirar 1 palito e, no segundo caso, dois palitos.

O jogador que, em sua rodada, observar 7 palitos sobre a mesa, não poderá, portanto, evitar que o outro jogador saia vencedor do jogo, pois, se ele retirar apenas um palito, deixará para o outro jogador 6 palitos e, se ele retirar dois palitos, deixará para o outro jogador 5 palitos.

Logo, se um jogador encontrar sobre a mesa 8 ou 9 palitos ele será vencedor do jogo pois tirando um palito, caso haja 8 palitos sobre a mesa, ou dois palitos, caso haja 9 palitos sobre a mesa, ele fará com que o outro jogador tenha que fazer sua jogada com 7 palitos sobre a mesa.

Portanto, caso, em sua vez de jogar, haja 10 palitos sobre a mesa, o jogador será um perdedor, pois não pode evitar que o outro jogador encontre sobre a mesa, no momento de realizar sua jogada, 8 ou 9 palitos.

Concluímos, portanto, que o primeiro a jogar perderá o jogo. O segundo jogador vencerá o jogo, escolhendo retirar em cada rodada o número de palitos igual a 3 menos o número de palitos retirados pelo primeiro jogador na rodada anterior.