UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto
Departamento de Economia

REC 1214 – MICROECONOMIA II – EXERCÍCIOS SOBRE EXCEDENTE DO CONSUMIDOR

PROF. DR. ROBERTO GUENA DE OLIVEIRA

(1) O governo de determinado país pratica uma política de subsídio ao consumo de trigo que faz com que o preço ao consumidor desse produto seja 10% inferior ao preço que seria praticado sem essa política de subsídio. Esse governo está pensando em modificar sua política de subsídio. Para mensurar o impacto de bem estar decorrente das variações do preço do produto, ele contratou uma pesquisa que fez quatro tipos de perguntas a diversos consumidores. Determine, para cada uma dessas perguntas listadas abaixo, que medida de variação de bem estar – variação compensatória ou variação equivalente – corresponde à resposta esperada:

(a) Quanto você estaria disposto a pagar, na forma de imposto adicional sobre a renda, para que ocorra uma elevação no subsídio ao consumo do trigo que levasse a uma redução adicional de 5% no preço desse produto?

Solução. *O máximo que alguém está disposto a pagar para que haja uma redução no preço de determinado bem é a variação de renda que faria com que essa pessoa ficasse tão bem após a redução no preço e o pagamento desse valor quanto estava antes de ocorrer qualquer mudança no preço do bem e qualquer pagamento por essa mudança. Mas essa variação é exatamente a Variação Compensatória associada a essa redução de preço. Portanto a resposta à pergunta "Quanto você estaria disposto a pagar, na forma de imposto adicional sobre a renda, para que ocorra uma elevação no subsídio ao consumo do trigo que levasse a uma redução adicional de 5% no preço desse produto?" corresponde ao conceito de variação compensatória.*

(b) Que redução no valor do imposto sobre a renda que você paga que você consideraria tão boa quanto uma redução de 5% no preço do trigo?

Solução. *A redução no valor do imposto que o consumidor consideraria tão boa quanto uma redução de 5% no preço do trigo corresponde ao aumento na sua renda que faria com que ele ficasse, na ausência dessa redução de preço, tão bem quanto ficaria caso houvesse a redução no preço do trigo sem redução de impostos. Isso é, ao aumento na sua renda que geraria um ganho de bem estar equivalente à redução no preço do trigo. Essa medida corresponde à variação equivalente.*

(c) Qual seria a redução no valor do imposto sobre a renda que você paga que faria com que você aceitasse uma redução nos subsídios ao trigo que implicasse em um aumento de 5% em seu preço?

Solução. *A redução no valor do imposto que faria com que o consumidor aceitasse uma elevação de 5% no preço de trigo corresponde ao aumento de renda necessário para fazer com que, após a elevação no preço do trigo, o consumidor volte a ter o mesmo nível de bem estar que tinha antes desse aumento. Trata-se portando da variação compensatória associada ao aumento no preço do trigo.*

(d) Qual o aumento no imposto de renda que você estaria disposto a aceitar para evitar que haja uma elevação de 5% no preço do trigo?

Solução. *O aumento de imposto de renda máximo que o consumidor aceitaria para evitar uma elevação no preço do trigo seria dado pela redução em sua renda que* *geraria uma perda de bem estar equivalente à perda de bem estar que seria causada pela elevação do preço do trigo. Ele corresponde, portanto ao conceito de variação equivalente.*

(2) Determine as funções de utilidade indireta associadas às seguintes funções de utilidade:

(a) $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$

Solução. *Por se tratar de uma função de utilidade do tipo Cobb-Douglas com parâmetros α e β, sabemos que as funções de demanda serão*

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}\frac{m}{p_1} \quad e \quad x_1(p_1, p_2, m) = \frac{\beta}{\alpha + \beta}\frac{m}{p_2}.$$

Substituindo essas funções de demanda na função de utilidade, obtemos a função de utilidade indireta

$$v(p_1, p_2, m) = u(x_1(p_1, p_2, m), x_2(p_1, p_2, m)) = \left(\frac{m}{\alpha + \beta}\right)^{\alpha+\beta}\left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^\alpha\left(\frac{\beta}{p_2}\right)^\beta$$

(b) $u(x_1, x_2) = x_1 + \sqrt{x}_2$

Solução. *Inicialmente, determinemos as funções de demanda para a função de utilidade sugerida. Para tal, devemos resolver o sistema de equações*

$$\begin{cases} \dfrac{UMg_1}{Umg_2} = \dfrac{p_1}{p_2} \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases}$$

A utilidade marginal do bem 1 é $UMg_1 = \frac{\partial}{\partial x_1}(x_1 + \sqrt{x}_2) = 1$. Já a utilidade marginal do bem 2 é $UMg_2 = \frac{\partial}{\partial x_2}(x_1 + \sqrt{x}_2) = \frac{1}{2\sqrt{q_2}}$. Desse modo, o sistema de equações acima fica com a forma

$$\begin{cases} 2\sqrt{x_2} = \dfrac{p_1}{p_2} \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, obtemos

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1} - \frac{p_1}{4p_2} \quad e \quad x_2(p_1, P_2, m) = \frac{{p_1}^2}{4{p_2}^2}.$$

Substituindo as funções de demanda obtidas na função de utilidade, obtemos enfim a função de utilidade indereta

$$v(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1} - \frac{p_1}{4p_2} + \sqrt{\frac{{p_1}^2}{4p_2^2}} = \frac{m}{p_1} + \frac{p_1}{4p_2}$$

Observação: *as funções que encontramos só são válidas caso os preços dos bens e a renda do consumidor sejam tais que as funções de demanda assumam valores não negativos. Todavia, pode-se ver facilmente em que, caso o preço do bem 1 assuma um valor suficientemente elevado, a função de demanda por esse bem pode assumir valores negativos. A rigor, portanto, devemos impor a seguinte restrição adicional:*

$$x_1(p_1, p_2, m) \geq 0$$

Ou seja, supondo-se que preços e renda sejam sempre positivos, a função de demanda encontrada só representará a demanda do bem 1 caso $\frac{m}{p_1} - \frac{p_1}{4p_2} \geq 0$ o que ocorrerá caso $p \geq 2\sqrt{mp}$ (lembre-se que p_1 e p_2 são positivos). Caso essa desigualdade não se verifique, o equilíbrio do consumidor será caracterizado por uma solução de canto com $x_1 = 0$ e $x_2 = \frac{m}{p_2}$.

Portanto, se quisermos levar em consideração essa solução de canto, devemos reescrever as funções de demanda e , obtendo

$$x_1(p_1,p_2,m) = \begin{cases} \dfrac{m}{p_1} - \dfrac{p_1}{4p_2} & \textit{caso} \quad p_1 > 2\sqrt{mp_2} \\ 0 & \textit{caso} \quad p_1 \leq 2\sqrt{mp_2} \end{cases}$$

e

$$x_2(p_1,p_2,m) = \begin{cases} \dfrac{{p_1}^2}{4{p_2}^2} & \textit{caso} \quad p_1 > 2\sqrt{mp_2} \\ \dfrac{m}{p_2} & \textit{caso} \quad p_1 \leq 2\sqrt{mp_2} \end{cases}$$

Se quisermos construir uma função de utilidade indireta que contemple a possibilidade de solução de canto, a função deverá ser reajustada para os casos em que o consumo do bem 1 é nulo transformando-se em:

$$v(p_1,p_2,m) = \begin{cases} \dfrac{m}{p_1} + \dfrac{p_1}{4p_2} & \textit{caso} \quad p_1 > 2\sqrt{mp_2} \\ \sqrt{\dfrac{m}{p_2}} & \textit{caso} \quad p_1 \leq 2\sqrt{mp_2} \end{cases}$$

(c) $u(x_1,x_2) = \min\{x_1,x_2\}$

Solução. *Essa função de utilidade representa as preferências de um consumidor que considera os bens 1 e 2 complementos perfeitos. Como sabemos as funções de demanda pelos bens 1 e 2 são nesse caso respectivamente:*

$$x_1(p_1,p_2,m) = \frac{m}{p_1+p_2} \quad e \quad x_2(p_1,p_2,m) = \frac{m}{p_1+p_2}$$

Substituindo e na função de utilidade, obtemos a função de utilidade indireta:

$$v(p_1,p_2,m) = \min\left\{\frac{m}{p_1+p_2}, \frac{m}{p_1+p_2}\right\}$$

Ou seja,

$$v(p_1,p_2,m) = \frac{m}{p_1+p_2}$$

(3) Empregue os resultados obtidos no exercício anterior e a identidade $v(p_1,p_2,e(p_1,p_2,u)) = u$ na qual $v(p_1,p_2,m)$ é a função de utilidade indireta e $e(p_1,p_2,u)$ é a função de dispêndio para determinar as funções de dispêndio associadas às seguintes funções de utilidade:

(a) $u(x_1,x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$

Solução. *Conforme vimos na solução do item 2a, a função de utilidade indireta associada a essa função de utilidade é*

$$v(p_1,p_2,m) = \left(\frac{m}{\alpha+\beta}\right)^{\alpha+\beta}\left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{\alpha}\left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{\beta}$$

Usando $v(p_1,p_2,e(p_1,p_2,u)) = u$ obtemos

$$\left(\frac{e(p_1,p_2,u)}{\alpha+\beta}\right)^{\alpha+\beta}\left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{\alpha}\left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{\beta} = u.$$

Finalmente, resolvendo essa igualdade para $e(p_1,p_2,m)$, obtemos

$$e(p_1,p_2,m) = (\alpha+\beta)u^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$$

(b) $u(x_1,x_2) = x_1 + \sqrt{x_2}$

Solução. *Na solução do exercício 2b chegamos à função de utilidade indireta*

$$v(p_1, p_2, m) = \begin{cases} \dfrac{m}{p_1} + \dfrac{p_1}{4p_2} & \textit{caso} \quad p_1 > 2\sqrt{mp_2} \\ \sqrt{\dfrac{m}{p_2}} & \textit{caso} \quad p_1 \leq 2\sqrt{mp_2} \end{cases}.$$

Substituindo m por $e(p_1, p_2, u)$ e igualando a função de utilidade indireta a u obtemos

$$e(p_1, p_2, u) = \begin{cases} p_1 u - \dfrac{{p_1}^2}{4p_2} & \textit{caso} \quad p_1 > 2\sqrt{mp_2} \\ p_2 u^2 & \textit{caso} \quad p_1 \leq 2\sqrt{mp_2} \end{cases}$$

(c) $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$

Solução.

$$\frac{e(p_1, p_2, u)}{p_1 + p_2} = u \Rightarrow e(p_1, p_2, u) = u(p_1 + p_2)$$

(4) Um consumidor possui uma renda igual a R$ 1.200,00. Ele consome apenas dois bens – o bem 1 e o bem 2. O preço do bem 1 é constante e igual a R$ 4,00 por unidade. Calcule a variação equivalente e a variação compensatória associadas a uma elevação no preço do bem 2 de R$ 1,00 por unidade para R$ 4,00 por unidade. Supondo que a função de utilidade do consumidor seja:

(a) $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$

Solução. *Antes de qualquer coisa, recordemos que os conceitos de variação compensatória (VC) e de variação equivalente (VE) associados a uma mudança nos determinantes da restrição orçamentária de (p_1^0, p_2^0, m^0) para (p_1^1, p_2^1, m^1) são definidos por:*

$$VC = m_1 - e(p_1^1, p_2^1, u^0) \quad \textit{e} \quad VE = e(p_1^0, p_2^0, u^1) - m^0$$

nos quais u^0 é o nível de utilidade obtido pelo consumidor nas condições iniciais e u^1 é o nível de utilidade obtido pelo consumidor nas condições finais. Ou ainda, empregando-se a função de utilidade indireta,

$$u^0 = v(p_1^0, p_2^0, m^0) \quad \textit{e} \quad u^1 = v(p_1^1, p_2^1, m^1).$$

A partir da função de utilidade indireta obtida no item 2a e dado que $p_1^0 = p_1^1 = 4$,$m^0 = m^1 = 1200$, $p_2^0 = 1$ e $p_2^1 = 4$, obtemos

$$u^0 = v(4, 1, 1200) = \left(\frac{1200}{\alpha + \beta}\right)^{\alpha+\beta} \left(\frac{\alpha}{4}\right)^\alpha \left(\frac{\beta}{1}\right)^\beta$$

e

$$u^0 = v(4, 1, 1200) = \left(\frac{1200}{\alpha + \beta}\right)^{\alpha+\beta} \left(\frac{\alpha}{4}\right)^\alpha \left(\frac{\beta}{4}\right)^\beta$$

Aplicando a função de dispêndio obtida no item 3a à definição de variação compensatória e de variação equivalente, obtemos

$$VC = m^1 - e(p_1^1, p_2^1, u^0) = m^1 - (\alpha + \beta) \left(u^0\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{p_1^1}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{p_2^1}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} =$$

$$1200 - (\alpha + \beta) \left[\left(\frac{1200}{\alpha + \beta}\right)^{\alpha+\beta} \left(\frac{\alpha}{4}\right)^\alpha \left(\frac{\beta}{1}\right)^\beta\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{4}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{4}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} =$$

$$1200(1 - 4^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}})$$

$$VE = e(p_1^0, p_2^0, u^1) - m^0 = (\alpha+\beta)\left(u^1\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{p_1^0}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\left(\frac{p_2^0}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} - m^0 =$$

$$(\alpha+\beta)\left[\left(\frac{1200}{\alpha+\beta}\right)^{\alpha+\beta}\left(\frac{\alpha}{4}\right)^{\alpha}\left(\frac{\beta}{4}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{4}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} - 1200 =$$

$$1200(4^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} - 1)$$

(b) $u(x_1, x_2) = x_1 + \sqrt{x}_2$

Solução. *Visto que a função de utilidade indireta para essa função de utilidade é, conforme determinamos no item 2b*

$$v(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1} + \frac{p_1}{4p_2}$$

Temos,

$$u^0 = \frac{m^0}{p_1^0} + \frac{p_1^0}{4p_2^0} = \frac{1200}{4} + \frac{4}{4\times 1} = 301$$

$$u^1 = \frac{m^1}{p_1^1} + \frac{p_1^1}{4p_2^1} = \frac{1200}{4} + \frac{4}{4\times 4} = 300,25$$

Adicionalmente, no item 3b determinamos que a função de dispêndio para a presente função de utilidade é dada por, desconsiderando a solução de canto,

$$e(p_1, p_2, u) = up_1 - \frac{{p_1}^2}{4p_2}.$$

Assim, teremos

$$VC = m^1 - e(p_1^1, p_2^1, u^0) = m^1 - u^0 p_1^1 - \frac{{p_1^1}^2}{4p_2^1} = 1200 - \left(301\times 4 - \frac{4^2}{4\times 4}\right) = -3$$

e

$$VE = e(p_1^0, p_2^0, u^1) - m^0 = u^1 p_1^0 - \frac{{p_1^0}^2}{4p_2^0} - m^0 = 300,35\times 4 - \frac{4^2}{4\times 1} - 1200 = -3$$

(c) $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$

Solução. *No item 2c, determinamos que a função de utiliade indireta associada à função de utilidade acima é*

$$v(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1 + p_2}$$

Assim, teremos

$$u^0 = v(p_1^0, p_2^0, m^0) = \frac{m^0}{p_1^0 + p_2^0} = \frac{1200}{4+1} = 240$$

$$u^1 = v(p_1^1, p_2^1, m^1) = \frac{m^1}{p_1^1 + p_2^1} = \frac{1200}{4+4} = 150$$

Visto que, conforme vimos no item 3c, a função de dispêndio é

$$e(p_1, p_2, u) = u(p_1 + p_2),$$

As variações compensatória e equivalente serão dadas por

$$VC = m^1 - e(p_1^1, p_2^1, u^0) = 1200 - 240(4+4) = -720$$

$$VE = e(p_1^0, p_2^0, u^1) - m^0 = (4+1)150 - 1200 = -450$$