Teoria do Consumidor: Demanda

Roberto Guena de Oliveira

Universidade de São Paulo

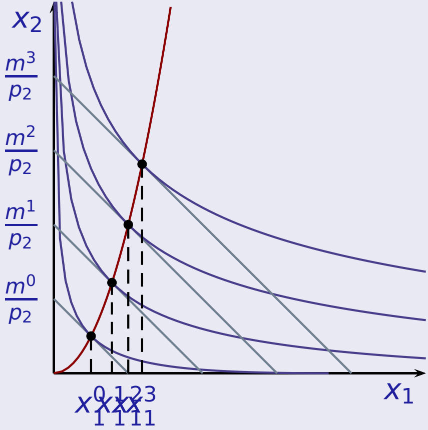
31 de março de 2011

Sumário

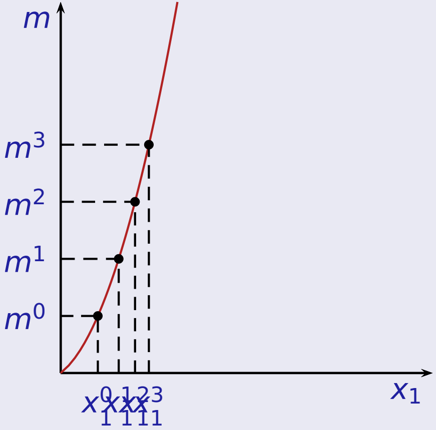
Sumário

Curva de renda consumo e curva de Engel

Curva renda consumo



Curva de Engel



Elasticidade renda da demanda – definições

Elasticidade renda da demanda no ponto

$$\epsilon_{i,m} = \frac{\partial x_i(p_1, p_2, m)}{\partial m} \frac{m}{x_i(p_1, p_2, m)}$$

Elasticidade renda da demanda no arco

$$\epsilon_{i,m}(p_1, p_2, m) = \frac{x_i(p_1, p_2, m + \Delta m) - x_i(p_1, p_2, m)}{\Delta m} \frac{\bar{m}}{\bar{x}_i}$$

Na qual

$$\bar{x} = \frac{x_i(p_1, p_2, m + \Delta m) + x_i(p_1, p_2, m)}{2} \text{ e } \bar{m} = m + \frac{\Delta m}{2}$$

Exemplos

Demanda Cobb-Douglas

$$x_1 = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_1}$$

$$\epsilon_{im} = \frac{a}{a+b}\frac{1}{p_1}\frac{m}{\frac{a}{a+b}\frac{m}{p_1}} = 1$$

Elast. renda constante

$$x_i = \alpha\, m^{\kappa}$$

$$\epsilon_{im} = \alpha\,\kappa\, m^{\kappa-1}\frac{m}{\alpha\, m^{\kappa}} = \kappa$$

Uma utilidade quase linear em x_2

$$U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$$

Condição de 1ª ordem

$$\frac{1}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_1 = \frac{p_2}{p_1}$$

$$\epsilon_{im} = 0\frac{m}{p_2/p_1} = 0$$

Interpretação

Elasticidade no ponto

$$\frac{\partial p_i x_i / m}{\partial m} = \frac{p_i x_i}{m^2}(\epsilon_{im} - 1)$$

Participação do bem 1 no total de gastos aumenta, não se altera ou diminue conforme ϵ_{1m} seja maior, igual ou menor do que 1, respectivamente.

Elasticidade no arco

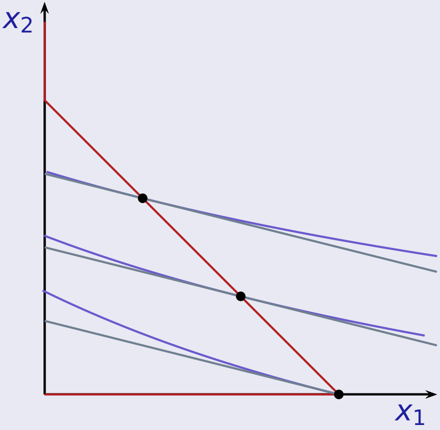
$$\frac{\Delta \frac{p_i x_i}{m}}{\Delta m} == \frac{p_i \bar{x}_i}{\bar{m}^2 - \frac{\Delta m^2}{4}}(\epsilon_{im} - 1)$$

Classificação da demanda de acordo com sua elasticidade renda

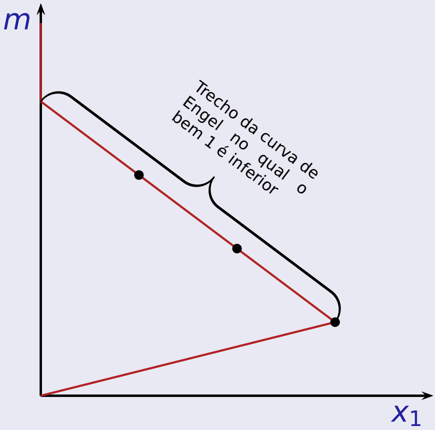
$\epsilon_{im} < 0$ (até 0)	0 a 1	acima de 1 (ϵ_{im})
Bens inferiores $\epsilon_{im} < 0$	Bens normais $\epsilon_{im} \geq 0$	
	Bens essenciais $0 \leq \epsilon_{im} \leq 1$	Bens de luxo $\epsilon_{im} > 1$
$s_i = \dfrac{p_i x_i}{m}$ varia em direção contrária à da renda		s_i varia na mesma direção da renda

Um bem inferior

Renda consumo

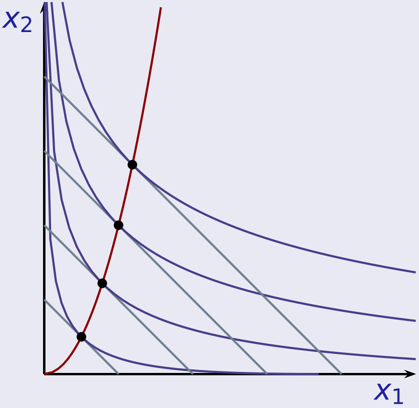


Curva de Engel

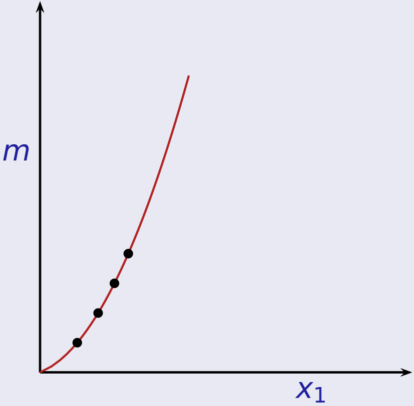


Um bem necessário

Renda consumo

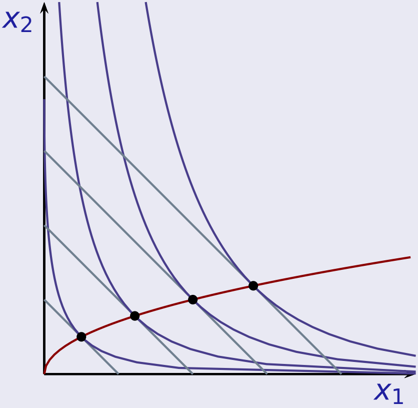


Curva de Engel

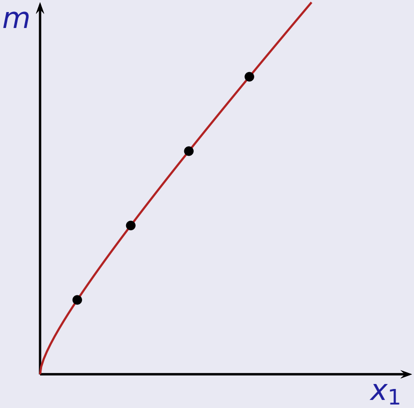


Um bem de luxo

Renda consumo



Curva de Engel



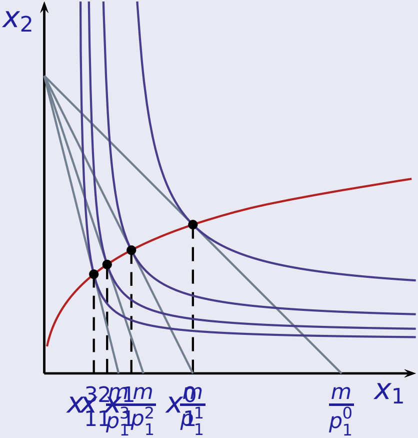
Sumário

1. Demanda e Renda
   - Curvas de renda-consumo e de Engel
   - Elasticidade Renda
   - Ilustrações

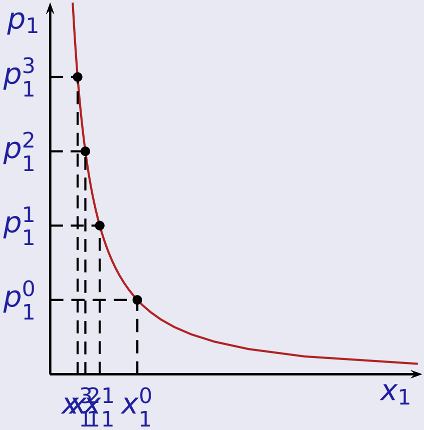
2. Demanda e Preço
   - Curvas preço-consumo e curva de demanda
   - Elasticidade preço
   - Bens de Giffen
   - Elasticidade preço cruzada
   - Relações entre as elasticidades

Curvas preço-consumo e curva de demanda

Curva preço consumo



Curva de demanda



Elasticidade preço

Elasticidade preço da demanda no ponto

$$\epsilon_i = \frac{\partial x_i(p_1, p_2, m)}{\partial p_i} \frac{p_i}{x_i(p_1, p_2, m)} \quad i = 1, 2$$

Elasticidade preço da demanda no arco

$$\epsilon_1(p_2, p_2, m) = \frac{x_1(p_1 + \Delta p_1, p_2, m) - x_1(p_1, p_2, m)}{\Delta p_1} \frac{\bar{p}_1}{\bar{x}_1}$$

Interpretação

Elasticidade preço da demanda no ponto

$$\frac{\partial p_i x_i(p_1, p_2, m)}{\partial p_i} = x_i(p_1, p_2, m)(1 + \epsilon_i)$$

Elasticidade preço da demanda no arco

$$\frac{\Delta(p_i x_i)}{\Delta p_i} = \bar{x}_i(1 + \epsilon_i)$$

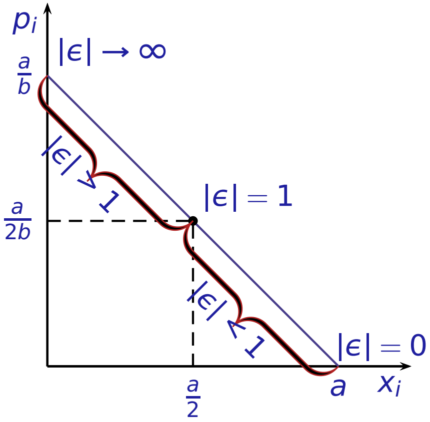
Exemplo: demanda linear

$x_i(p_i) = a - bp_i; \quad a, b > 0$

$$\epsilon_i = -b\frac{p_i}{a - bp_i}$$

$$\begin{aligned}
p_i &= 0 & &\Rightarrow |\epsilon_i| = 0 \\
0 < p_i &< \frac{a}{2b} & &\Rightarrow |\epsilon_i| < 1 \\
p_i &= \frac{a}{2b} & &\Rightarrow |\epsilon_i| = 1 \\
\frac{a}{2b} < p_i &< \frac{a}{b} & &\Rightarrow |\epsilon_i| > 1
\end{aligned}$$

$$\lim_{p \to a/b^+} |\epsilon_i| = \infty$$



Mais dois exemplos

Demanda Cobb-Douglas

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_1}$$

$$\epsilon_1 = -\frac{a}{a+b}\frac{m}{{p_1}^2}\frac{p_1}{\frac{a}{a+b}\frac{m}{p_1}} = -1$$

Elasticidade preço constante

$$x_i(p_i) = \alpha\, {p_1}^{\varepsilon}$$

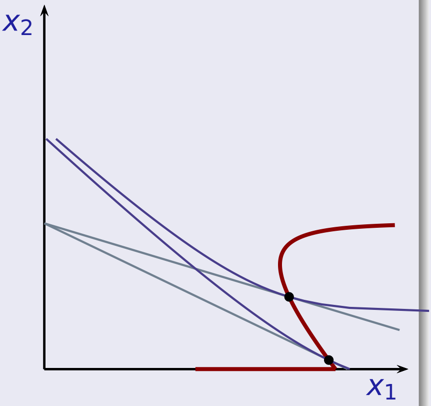
$$\epsilon_i = \varepsilon\, \alpha\, {p_1}^{\varepsilon - 1}\frac{p_1}{\alpha\, {p_1}^{\varepsilon}} = \varepsilon$$

Classificação da demanda de um bem de acordo com sua elasticidade preço

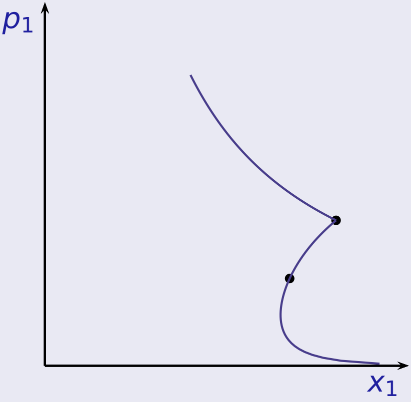
<table>
<tr><td colspan="2">Bem ordinário $\epsilon_i < 0$</td><td rowspan="2">Bens de Giffen
$\epsilon_i > 0$</td></tr>
<tr><td>Demanda elástica
$\epsilon_i < -1$</td><td>Demanda inelástica
$-1 \leq \epsilon_i \leq 0$</td></tr>
<tr><td>$p_i x_i$ varia em direção contrária a p_i</td><td colspan="2">$p_i x_i$ varia na mesma direção de p_i</td></tr>
</table>

Bens de Giffen

Curva preço consumo



Curva de demanda



Elasticidade preço cruzada

Elasticidade preço cruzada no ponto

$$\epsilon_{1,2} = \frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial p_2} \frac{p_2}{x_1(p_1, p_2, m)}$$

Elasticidade preço cruzada no arco

$$\epsilon_{1,2} = \frac{x_1(p_1, p_2 + \Delta p_2, m) - x_1(p_1, p_2, m)}{\Delta p_2} \frac{\bar{p}_2}{\bar{x}_1}$$

Classificação dos bens de acordo com a elasticidade preço cruzada

$\epsilon_{ij} > 0$	Bem i é substituto do bem j
$\epsilon_{ij} = 0$	Bens i e j são independentes
$\epsilon_{ij} < 0$	Bem i é complemento do bem j

Exemplos

Bens independentes

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_1} \quad \epsilon_{1,2} = 0$$

Bens substitutos

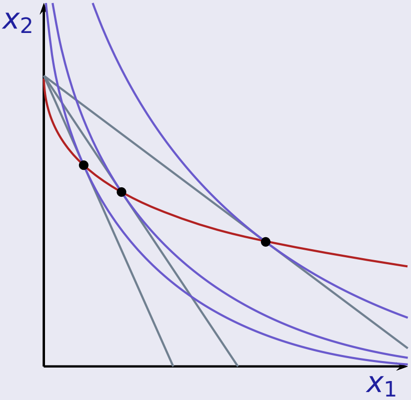
$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{p_2 m}{p_1^2 + p_1 p_2} \quad \epsilon_{1,2} = \frac{2p_1 + p_2}{p_2 + p_1}$$

Bens complementares

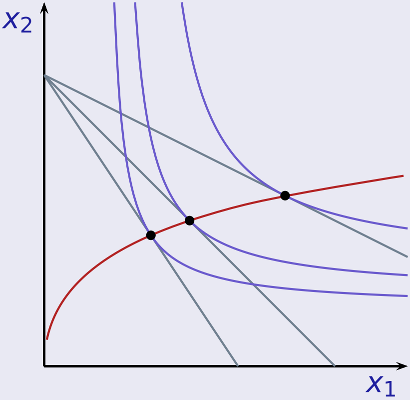
$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1 + \sqrt{p_1 p_2}} \quad \epsilon_{1\,2} = -\frac{2\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2}}{2(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})}$$

Bens substitutos e bens complementares

Bens substitutos



Bens complementares



Elasticidades e homogeneidade de grau zero

Para quaisquer $\alpha > 0$, $p_1^0, p_2^0, m^0 \geq 0$, temos

$$x_1(\alpha p_1^0, \alpha p_1^0, \alpha m^0) = x_1(p_1^0, p_2^0, m^0).$$

Diferenciando com relação a α obtemos

$$p_1 \frac{\partial x_1(\alpha p_1^0, \alpha p_1^0, \alpha m)}{\partial p_1} + p_2 \frac{\partial x_1(\alpha p_1^0, \alpha p_1^0, \alpha m^0)}{\partial p_2} + m \frac{\partial x_1(\alpha p_1^0, \alpha p_1^0, \alpha m^0)}{\partial m} = 0$$

Calculando essa igualdade para $\alpha = 1$ e dividindo os dois lados por $x_1(p_1^0, p_2^0, m^0)$ obtemos

$$\epsilon_{1,1} + \epsilon_{1,2} + \epsilon_{1,m} = 0$$

Agregação de Engel

Assumindo qualquer hipótese de não saciedade local, temos, para quaisquer valores positivos de p_1, p_2 e m,

$$p_1 x_1(p_1, p_2, m) + p_2 x_2(p_1, p_2, m) = m$$

Diferenciando essa igualdade em relação a m, obtemos

$$p_1 \frac{\partial x_1}{\partial m} + p_2 \frac{\partial x_2}{\partial m} = 1$$

$$\frac{p_1 x_1}{m} \frac{m}{x_1} \frac{\partial x_1}{\partial m} + \frac{p_2 x_2}{m} \frac{m}{x_2} \frac{\partial x_2}{\partial m} = 1$$

$$s_1 \epsilon_{1,m} + s_2 \epsilon_{2,m} = 1$$

Agregação de Cournot

$$p_1 x_1(p_1, p_2, m) + p_2 x_2(p_1, p_2, m) = m$$

Diferenciando essa identidade em relação a p_1, vem

$$x_1 + p_1 \frac{\partial x_1}{\partial p_1} + p_2 \frac{\partial x_2}{\partial p_1} = 0$$

$$\frac{p_1 x_1}{m} + \frac{p_1}{m} \frac{\partial x_1}{\partial p_1} p_1 + \frac{p_2}{m} \frac{\partial x_2}{\partial p_1} p_1 = 0$$

$$\frac{p_1 x_1}{m} + \frac{p_1 x_1}{m} \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \frac{p_1}{x_1} + \frac{p_2 x_2}{m} \frac{\partial x_2}{\partial p_1} \frac{p_1}{x_2} = 0$$

$$s_1 \epsilon_{1,1} + s_2 \epsilon_{2,1} = -s_1$$