

Valor presente líquido e orçamento de capital

Roberto Guena de Oliveira

Fluxos de caixa incrementais

Ao avaliar a viabilidade de um projeto, a empresa deve avaliar a variação em seu fluxo de caixa provocada por esse projeto. Essa variação é chamada **fluxo de caixa incremental**.

Fluxo de caixa não lucro contábil.

- O lucro contábil divide a saída de caixa do investimento ao longo de sua vida útil.
- No lucro contábil, é considerado como custo do investimento apenas sua depreciação.
- Assim, o lucro contábil desconsidera o custo de oportunidade do capital investido, qual seja a remuneração que poderia se obter com ele caso fosse aplicado em um investimento alternativo.

Os custos irre recuperáveis não devem ser considerados na elaboração do fluxo de caixa de um projeto.

Os custos irre recuperáveis não devem ser considerados na elaboração do fluxo de caixa de um projeto.

Exemplo 1

Para determinar a viabilidade de um projeto, a empresa faz uma série de estudos de mercado, de levantamento de custos e financeiros. Os custos desses estudos não devem ser considerados custos do projeto, pois, no momento de decidir se o projeto deve ou não ser executado, esses custos já ocorreram e não podem mais ser evitados.

Para determinar a viabilidade de um projeto, os custos a serem considerados são os custos de oportunidade.

Exemplo 2

Se uma empresa considera um projeto que demandará o uso de um imóvel de sua propriedade. O custo desse imóvel deverá ser considerado em seu fluxo de caixa, pois, caso não adote o projeto, a empresa pode vender ou alugar o imóvel. O custo do imóvel para o projeto é o valor que a empresa abre mão de receber ao realizar o projeto.

Um projeto pode provocar efeitos colaterais sobre o fluxo de caixa da empresa. Por exemplo, ele pode gerar externalidades positivas ou negativas sobre outros setores da empresa. Um efeito colateral importante são as chamadas **erosões**. Uma erosão é uma transferência de fluxo de caixa entre projetos da mesma empresa.

Exemplo 3

Quando a Samsung considerou a possibilidade de lançar o galaxy S5 mini, deve ter levado em consideração que esse produto concorreria com o galaxy S5 tradicional. Assim, na avaliação do fluxo de caixa incremental do S5 mini, a empresa deveria incluir a perda de fluxo de caixa no projeto do S5 tradicional.

Exemplo

Exemplo 4: um novo projeto

- Estudos para novo projeto custaram R\$250.000,00.
- Projeto prevê a aquisição de equipamento no valor de R\$100.000,00.
- O equipamentos será usado por 5 anos.
- O valor de mercado desse equipamento, após esse período é de R\$30.000,00.
- Prevê-se uma produção anual de 5.000, 8.000, 12.000, 10.000 e 6.000 unidades.
- Cada unidade será vendida no primeiro ano a R\$20,00. Esse valor deverá crescer 2% ao ano. A taxa de inflação esperada é de 5%
- Os custos operacionais de produção no primeiro ano serão de R\$10 por unidade e devem crescer à taxa de 10% ao ano.
- O projeto também requer o uso de um imóvel que, caso vendido, geraria um ganho, líquido de impostos incidentes sobre eventuais ganhos de capital, de R\$150.000,00.
- A alíquota incremental de incidência de tributos sobre o lucro é

Inflação e orçamento de capital

Taxa de juros nominal e taxa de juros real.

$$\text{Taxa de juros real} = \frac{1 + \text{taxa de juros nominal}}{1 + \text{taxa de inflação}} - 1$$

Taxa de juros nominal e taxa de juros real.

$$\text{Taxa de juros real} = \frac{1 + \text{taxa de juros nominal}}{1 + \text{taxa de inflação}} - 1$$

Exemplo 5

Taxa de juros nominal 10%.

Taxa de inflação 5%

Taxa de juros real

$$\frac{1,10}{1,05} - 1 = 4,76\%$$

É o fluxo de caixa medidos em termos de poder de compra expresso em unidades monetárias em uma determinada data.

Que taxa de desconto usar?

- Fluxos de caixa nominais devem ser descontados a taxas de desconto nominais.
- Fluxos de caixa reais devem ser descontados a taxas de desconto reais.

Escolha entre equipamentos alternativos

Exemplo 6

Equip.	Ano 0	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	...
A	500	120	120	120 + 500	120	...
B	600	100	100	100	100 + 600	...

Valor presente de um único ciclo (r=10%)

$$\text{Equipamento A: } 500 + 120 \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,1 \times 1,1^3} \right) = 798,42$$

$$\text{Equipamento B: } 600 + 100 \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,1 \times 1,1^4} \right) = 916,99$$

Cálculo do custo anual equivalente

Equipamento A:

$$C_A \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,1 \times 1,1^3} \right) = 798,42 \Rightarrow C_A = 321,06.$$

Equipamento B:

$$C_B \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,1 \times 1,1^4} \right) = 916,99 \rightarrow C_B = 289,28.$$

Cálculo do custo anual equivalente

Equipamento A:

$$C_A \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,1 \times 1,1^3} \right) = 798,42 \Rightarrow C_A = 321,06.$$

Equipamento B:

$$C_B \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,1 \times 1,1^4} \right) = 916,99 \rightarrow C_B = 289,28.$$

O custo anual equivalente dá o critério de decisão adequado quando o horizonte de análise é infinito ou muito grande ou um múltiplo comum dos tempos de reposição dos equipamentos comparados.

Exemplo: horizonte de 5 anos com valor de revenda nulo

Equip.	Ano 0	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5
A	500	120	120	120 + 500	120	120
B	600	100	100	100	100 + 600	100

$$VPL_A = 1.330,85$$

$$VPL_B = 1.388,89$$

Exemplo 7: quando repor o equipamento

Uma empresa está considerando repor um equipamento por outro. O novo equipamento custa R\$9.000 e tem um custo anual de manutenção de R\$1.000, vida útil de 8 anos e valor de revenda ao final dessa vida útil de R\$2.000. Ela pode fazer a reposição agora ou esperar 1, 2, 3 ou 4 anos. Os custos de manutenção da máquina residual, bem como seu valor de revenda, são descritos na tabela abaixo

Ano	Manutenção	V. revenda
0	0	4.000
1	1.000	2.500
2	2.000	1.500
3	3.000	1.000
4	4.000	0

Exemplo 7: valor presente dos custos com o equipamento novo

Valor presente de um ciclo

$$V_c = 9 - \frac{2}{(1+r)^8 + \sum_{t=1}^8 \frac{1}{(1+r)^t}}$$

Exemplo 7: valor presente dos custos com o equipamento novo

Valor presente de um ciclo

$$V_c = 9 - \frac{2}{(1+r)^8 + \sum_{t=1}^8 \frac{1}{(1+r)^t}}$$

Valor presente infinitos ciclos

$$V_n = V_c + \frac{V_c}{(1+r)^8} + \frac{V_c}{(1+r)^{16}} + \frac{V_c}{(1+r)^{24}} + \dots$$

Exemplo 7: valor presente dos custos com o equipamento novo

Valor presente de um ciclo

$$V_c = 9 - \frac{2}{(1+r)^8 + \sum_{t=1}^8 \frac{1}{(1+r)^t}}$$

Valor presente infinitos ciclos

$$\begin{aligned} V_n &= V_c + \frac{V_c}{(1+r)^8} + \frac{V_c}{(1+r)^{16}} + \frac{V_c}{(1+r)^{24}} + \dots \\ &= V_c + \frac{1}{(1+r)^8} \left[V_c + \frac{V_c}{(1+r)^8} + \frac{V_c}{(1+r)^{16}} + \frac{V_c}{(1+r)^{24}} + \dots \right] \end{aligned}$$

Exemplo 7: valor presente dos custos com o equipamento novo

Valor presente de um ciclo

$$V_c = 9 - \frac{2}{(1+r)^8 + \sum_{t=1}^8 \frac{1}{(1+r)^t}}$$

Valor presente infinitos ciclos

$$\begin{aligned} V_n &= V_c + \frac{V_c}{(1+r)^8} + \frac{V_c}{(1+r)^{16}} + \frac{V_c}{(1+r)^{24}} + \dots \\ &= V_c + \frac{1}{(1+r)^8} \left[V_c + \frac{V_c}{(1+r)^8} + \frac{V_c}{(1+r)^{16}} + \frac{V_c}{(1+r)^{24}} + \dots \right] \\ &= V_c + \frac{1}{(1+r)^8} V_n \end{aligned}$$

Exemplo 7: valor presente dos custos de trocar o equipamento na data zero

$$V_n = \frac{(1+r)^8}{(1+r)^8 - 1} V_c = \frac{(1+r)^8}{(1+r)^8 - 1} \left[9 - \frac{2}{(1+r)^8} + \sum_{t=1}^8 \frac{1}{(1+r)^t} \right]$$

Exemplo 7: valor presente dos custos de trocar o equipamento na data zero

$$V_n = \frac{(1+r)^8}{(1+r)^8 - 1} V_c = \frac{(1+r)^8}{(1+r)^8 - 1} \left[9 - \frac{2}{(1+r)^8} + \sum_{t=1}^8 \frac{1}{(1+r)^t} \right]$$

$$V_n = \frac{9(1+r)^8}{(1+r)^8 - 1} - \frac{2}{(1+r)^8 - 1} + \frac{(1+r)^8}{(1+r)^8 - 1} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^8} \right]$$

Exemplo 7: valor presente dos custos de trocar o equipamento na data zero

$$V_n = \frac{(1+r)^8}{(1+r)^8 - 1} V_c = \frac{(1+r)^8}{(1+r)^8 - 1} \left[9 - \frac{2}{(1+r)^8} + \sum_{t=1}^8 \frac{1}{(1+r)^t} \right]$$

$$V_n = \frac{9(1+r)^8}{(1+r)^8 - 1} - \frac{2}{(1+r)^8 - 1} + \frac{(1+r)^8}{(1+r)^8 - 1} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^8} \right]$$

$$V_n = \frac{9(1+r)^8}{(1+r)^8 - 1} - \frac{2}{(1+r)^8 - 1} + \frac{1}{r}.$$

Exemplo 7: valor presente líquido dos custos de realizar a troca de equipamento na data 1

Valor presente líquido

$$V_1 = 4 + \frac{1}{1+r} - \frac{2,5}{1+r} + \frac{V_n}{1+r}$$

Exemplo 7: valor presente líquido dos custos de realizar a troca de equipamento na data 1

Valor presente líquido

$$V_1 = 4 + \frac{1}{1+r} - \frac{2,5}{1+r} + \frac{V_n}{1+r}$$

Diferença em valores equivalentes do ano 1

$$V_1 - V_n = 4 + \frac{1}{1+r} - \frac{2,5}{1+r} + \frac{V_n}{1+r} - V_n$$

Exemplo 7: valor presente líquido dos custos de realizar a troca de equipamento na data 1

Valor presente líquido

$$V_1 = 4 + \frac{1}{1+r} - \frac{2,5}{1+r} + \frac{V_n}{1+r}$$

Diferença em valores equivalentes do ano 1

$$V_1 - V_n = 4 + \frac{1}{1+r} - \frac{2,5}{1+r} + \frac{V_n}{1+r} - V_n$$

$$(V_1 - V_n)(1+r) = 1 + (4 - 2,5) + 4r - rV_n$$

Exemplo 7: valor presente líquido dos custos de realizar a troca de equipamento na data 1

Valor presente líquido


$$V_1 = 4 + \frac{1}{1+r} - \frac{2,5}{1+r} + \frac{V_n}{1+r}$$

Diferença em valores equivalentes do ano 1

$$V_1 - V_n = 4 + \frac{1}{1+r} - \frac{2,5}{1+r} + \frac{V_n}{1+r} - V_n$$

$$(V_1 - V_n)(1+r) = 1 + (4 - 2,5) + 4r - rV_n$$

Custo de
manutenção



Exemplo 7: valor presente líquido dos custos de realizar a troca de equipamento na data 1

Valor presente líquido

$$V_1 = 4 + \frac{1}{1+r} - \frac{2,5}{1+r} + \frac{V_n}{1+r}$$

Diferença em valores equivalentes do ano 1

$$V_1 - V_n = 4 + \frac{1}{1+r} - \frac{2,5}{1+r} + \frac{V_n}{1+r} - V_n$$

$$(V_1 - V_n)(1+r) = 1 + (4 - 2,5) + 4r - rV_n$$

Custo de
manutenção

Desvalorização
do equipamento

Exemplo 7: valor presente líquido dos custos de realizar a troca de equipamento na data 1

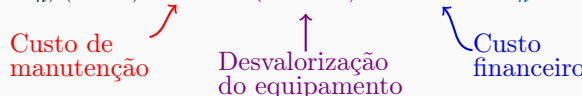
Valor presente líquido

$$V_1 = 4 + \frac{1}{1+r} - \frac{2,5}{1+r} + \frac{V_n}{1+r}$$

Diferença em valores equivalentes do ano 1

$$V_1 - V_n = 4 + \frac{1}{1+r} - \frac{2,5}{1+r} + \frac{V_n}{1+r} - V_n$$

$$(V_1 - V_n)(1+r) = 1 + (4 - 2,5) + 4r - rV_n$$



Custo de manutenção

Desvalorização do equipamento

Custo financeiro

Exemplo 7: valor presente líquido dos custos de realizar a troca de equipamento na data 1

Valor presente líquido

$$V_1 = 4 + \frac{1}{1+r} - \frac{2,5}{1+r} + \frac{V_n}{1+r}$$

Diferença em valores equivalentes do ano 1

$$V_1 - V_n = 4 + \frac{1}{1+r} - \frac{2,5}{1+r} + \frac{V_n}{1+r} - V_n$$

$$(V_1 - V_n)(1+r) = 1 + (4 - 2,5) + 4r - rV_n$$

Custo de manutenção (red arrow pointing to 1)
Desvalorização do equipamento (purple arrow pointing to 4 - 2,5)
Custo financeiro (blue arrow pointing to 4r)
Benefício financeiro (teal arrow pointing to - rV_n)

Exemplo 7: condição para que valha a pena esperar um ano para trocar o equipamento (R\$1.000)

$$4(1 + r) + 1 - 2,5 \leq rV_n$$

Lado esquerdo: Custo de esperar um ano para trocar o equipamento calculado em valor equivalente do ano 1. Inclui o custo de oportunidade de R\$4.000 decorrente de se abrir mão da venda do equipamento no ano 0.

Exemplo 7: condição para que valha a pena esperar um ano para trocar o equipamento (R\$1.000)

$$4(1 + r) + 1 - 2,5 \leq rV_n$$

Lado esquerdo: Custo de esperar um ano para trocar o equipamento calculado em valor equivalente do ano 1. Inclui o custo de oportunidade de R\$4.000 decorrente de se abrir mão da venda do equipamento no ano 0.

Lado direito: Custo anual equivalente ao fluxo de custos do equipamento novo.

Exemplo 7: cálculo supondo $r=15\%$

$$V_n = \text{R\$}19.066,34$$

$$rV_n = \text{R\$}2.859,95$$

$$4(1 + r) + 1 - 2,5 = \text{R\$}4.100$$

Como o custo de esperar um ano para realizara a troca é maior do que o custo anual equivalente do equipamento novo, trocar o equipamento pelo novo agora é mais vantajoso do que fazê-lo em um ano.

Exemplo 7: comparação com a troca em outras datas.

Para determinar se há vantagem em esperar 2, 3, ou 4 anos para trocar o equipamento, comparamos o custo de cada ano adicional de espera com o custo anual equivalente da aquisição do equipamento novo.

Exemplo 7: comparação com a troca em outras datas.

Para determinar se há vantagem em esperar 2, 3, ou 4 anos para trocar o equipamento, comparamos o custo de cada ano adicional de espera com o custo anual equivalente da aquisição do equipamento novo.

Ano da troca	Custo de um ano adicional
1	3.100,00
2	3.375,00
3	3.725,00
4	5.150,00

Concluimos que a melhor escolha é substituir o equipamento imediatamente.

Exemplo 8: tempo ótimo de reposição de um equipamento.

Preço do equipamento com idade t : $P(t)$;

Fluxo instantâneo de custo de manutenção: $c(t)$;

Custo de manutenção acumulado entre t_0 e t_1 :

$$\int_{t=t_0}^{t_1} c(t) dt;$$

VPL do custo de um equipamento empregado até a idade T :

$$V_c(T) = P(0) - e^{-rT}P(T) + \int_{t=0}^T c(t)e^{-rt} dt,$$

calculado na data de aquisição do equipamento.

Exemplo 8: Valor presente líquido dos custos considerando-se a reposição do equipamento sempre que atingir a idade T :

$$V(T) = V_c(T) + e^{-rT}V_c(T) + e^{-2rT}V_c(T) + e^{-3rT}V_c(T) + \dots$$

Exemplo 8: Valor presente líquido dos custos considerando-se a reposição do equipamento sempre que atingir a idade T :

$$\begin{aligned} V(T) &= V_c(T) + e^{-rT}V_c(T) + e^{-2rT}V_c(T) + e^{-3rT}V_c(T) + \dots \\ &= V_c(T) + e^{-rT} \left[V_c(T) + e^{-rT}V_c(T) + e^{-2rT}V_c(T) + \dots \right] \end{aligned}$$

Exemplo 8: Valor presente líquido dos custos considerando-se a reposição do equipamento sempre que atingir a idade T :

$$\begin{aligned} V(T) &= V_c(T) + e^{-rT}V_c(T) + e^{-2rT}V_c(T) + e^{-3rT}V_c(T) + \dots \\ &= V_c(T) + e^{-rT} \left[V_c(T) + e^{-rT}V_c(T) + e^{-2rT}V_c(T) + \dots \right] \\ &= V_c(T) + e^{-rT}V(T) \end{aligned}$$

Exemplo 8: Valor presente líquido dos custos considerando-se a reposição do equipamento sempre que atingir a idade T :

$$\begin{aligned}V(T) &= V_c(T) + e^{-rT}V_c(T) + e^{-2rT}V_c(T) + e^{-3rT}V_c(T) + \dots \\ &= V_c(T) + e^{-rT} \left[V_c(T) + e^{-rT}V_c(T) + e^{-2rT}V_c(T) + \dots \right] \\ &= V_c(T) + e^{-rT}V(T)\end{aligned}$$

$$V(T) = \frac{V_c(T)}{1 - e^{-rT}}$$

Exemplo 8: Valor presente líquido dos custos considerando-se a reposição do equipamento sempre que atingir a idade T :

$$\begin{aligned}V(T) &= V_c(T) + e^{-rT}V_c(T) + e^{-2rT}V_c(T) + e^{-3rT}V_c(T) + \dots \\ &= V_c(T) + e^{-rT} \left[V_c(T) + e^{-rT}V_c(T) + e^{-2rT}V_c(T) + \dots \right] \\ &= V_c(T) + e^{-rT}V(T)\end{aligned}$$

$$V(T) = \frac{V_c(T)}{1 - e^{-rT}} = \frac{1}{1 - e^{-rT}} \left[P(0) - e^{-rT}P(T) + \int_0^T c(t)e^{-rt} dt \right]$$

Condição de mínimo valor presente do custo

$$\frac{d}{dT}V(T) = 0$$

Condição de mínimo valor presente do custo

$$\frac{d}{dT}V(T) = 0$$

$$\frac{1}{1 - e^{-rT}} \left[rP(T)e^{-rT} - e^{-rT}P'(T) + c(T)e^{-rT} \right] - \frac{re^{-rT}}{1 - e^{-rT}}V(T) = 0$$

$$\frac{d}{dT}V(T) = 0$$

$$\frac{1}{1 - e^{-rT}} \left[rP(T)e^{-rT} - e^{-rT}P'(T) + c(T)e^{-rT} \right] - \frac{re^{-rT}}{1 - e^{-rT}}V(T) = 0$$

$$rP(T) - P'(T) + c(T) = rV(T)$$

$$\frac{d}{dT}V(T) = 0$$

$$\frac{1}{1 - e^{-rT}} \left[rP(T)e^{-rT} - e^{-rT}P'(T) + c(T)e^{-rT} \right] - \frac{re^{-rT}}{1 - e^{-rT}}V(T) = 0$$

$$rP(T) - P'(T) + c(T) = rV(T)$$

Lado esquerdo: Custo de ficar um pouco mais com o equipamento.

$$\frac{d}{dT}V(T) = 0$$

$$\frac{1}{1 - e^{-rT}} \left[rP(T)e^{-rT} - e^{-rT}P'(T) + c(T)e^{-rT} \right] - \frac{re^{-rT}}{1 - e^{-rT}}V(T) = 0$$

$$rP(T) - P'(T) + c(T) = rV(T)$$

Lado esquerdo: Custo de ficar um pouco mais com o equipamento.

Lado direito: Benefício financeiro de adiar um pouco a troca do equipamento. É igual ao valor do fluxo constante equivalente do ciclo ótimo.

Exemplo 9:

Dados

- $c(t) = e^{t/5}$;
- $P(t) = 10e^{-t/10}$.

Determine:

1. $V(T)$;
2. o tempo ótimo de reposição do equipamento supondo uma taxa de juros de 15% ao ano com capitalização contínua;
3. o tempo ótimo de reposição do equipamento supondo uma taxa de juros de 7,5% ao ano com capitalização contínua.

Exemplo 10: tempo ótimo para corte da árvore.

O valor da madeira de uma árvore é uma função $P(T)$ da idade da árvore T . Após a poda a área da árvore será destinada ao plantio de uma nova árvore que, após podada, cederá essa área para outra árvore e assim sucessivamente. Supondo que não haja custos associados ao cultivo das árvores, qual é o valor ótimo de T ?

Valor presente dos plantios sucessivos

$$\begin{aligned}V(T) &= e^{-rT}P(T) + e^{-2rT}P(T) + e^{-3rT}P(T) + \dots \\ &= e^{-rT}P(T) + e^{-rT}V(T) \\ &= \frac{e^{-rT}P(T)}{1 - e^{-rT}}\end{aligned}$$

Exemplo 10: tempo ótimo para corte da árvore.

O valor da madeira de uma árvore é uma função $P(T)$ da idade da árvore T . Após a poda a área da árvore será destinada ao plantio de uma nova árvore que, após podada, cederá essa área para outra árvore e assim sucessivamente. Supondo que não haja custos associados ao cultivo das árvores, qual é o valor ótimo de T ?

Valor presente dos plantios sucessivos

$$\begin{aligned}V(T) &= e^{-rT}P(T) + e^{-2rT}P(T) + e^{-3rT}P(T) + \dots \\ &= e^{-rT}P(T) + e^{-rT}V(T) \\ &= \frac{e^{-rT}P(T)}{1 - e^{-rT}}\end{aligned}$$

Exemplo 10: tempo ótimo para corte da árvore.

O valor da madeira de uma árvore é uma função $P(T)$ da idade da árvore T . Após a poda a área da árvore será destinada ao plantio de uma nova árvore que, após podada, cederá essa área para outra árvore e assim sucessivamente. Supondo que não haja custos associados ao cultivo das árvores, qual é o valor ótimo de T ?

Momento ótimo para a poda (condição de primeira ordem)

$$P'(T) - rP(T) = rV(T) \Rightarrow P'(T) = r \frac{P(T)}{1 - e^{-rT}}.$$

Exemplo 11:

Considere o modelo de tempo ótimo para o corte de árvore com $P(T) = 5 \ln T$. Determine:

1. O tempo ótimo para a derrubada da árvore considerando-se uma taxa de juros de 10% a.a.
2. O tempo ótimo para o corte da árvore considerando-se uma taxa de juros de 5% a.a.
3. Os valores presentes líquidos obtidos em cada um dos casos acima.

Exemplo 12: Tempo ótimo para corte de árvores com custo de manutenção.

O valor da madeira de uma árvore é uma função $P(T)$ da idade da árvore T . Para que esse valor seja obtido é necessário incorrer em custos em um fluxo contínuo e constante igual a c . Após a poda a área na qual a árvore se encontra será destinada ao plantio de uma nova árvore que, após podada, cederá essa área para outra árvore e assim sucessivamente. Qual é o valor ótimo de T ?

Valor presente dos plantios sucessivos

$$V(T) = \left[e^{-rT}P(T) - \int_0^T ce^{-rt}dt \right] + e^{-rT}V(T)$$

Exemplo 12: Tempo ótimo para corte de árvores com custo de manutenção.

O valor da madeira de uma árvore é uma função $P(T)$ da idade da árvore T . Para que esse valor seja obtido é necessário incorrer em custos em um fluxo contínuo e constante igual a c . Após a poda a área na qual a árvore se encontra será destinada ao plantio de uma nova árvore que, após podada, cederá essa área para outra árvore e assim sucessivamente. Qual é o valor ótimo de T ?

Valor presente dos plantios sucessivos

$$V(T) = \left[e^{-rT}P(T) - \int_0^T ce^{-rt}dt \right] + e^{-rT}V(T)$$

Exemplo 12: Tempo ótimo para corte de árvores com custo de manutenção.

O valor da madeira de uma árvore é uma função $P(T)$ da idade da árvore T . Para que esse valor seja obtido é necessário incorrer em custos em um fluxo contínuo e constante igual a c . Após a poda a área na qual a árvore se encontra será destinada ao plantio de uma nova árvore que, após podada, cederá essa área para outra árvore e assim sucessivamente. Qual é o valor ótimo de T ?

Momento ótimo para a poda (condição de primeira ordem)

$$P'(T) - rP(T) - c = rV(T) \Rightarrow P'(T) - c = r \frac{P(T)}{e^{rT} - 1}.$$

Exemplo 13:

Considere o modelo de tempo ótimo para o corte de árvore com $P(T) = 5 \ln T$ e $c = 1$. Determine:

1. O tempo ótimo para a derrubada da árvore considerando-se uma taxa de juros de 10% a.a.
2. O tempo ótimo para o corte da árvore considerando-se uma taxa de juros de 5% a.a.
3. Os valores presentes líquidos obtidos em cada um dos casos acima.
4. O valor máximo de c para o qual o cultivo das árvores continua sendo um projeto viável.